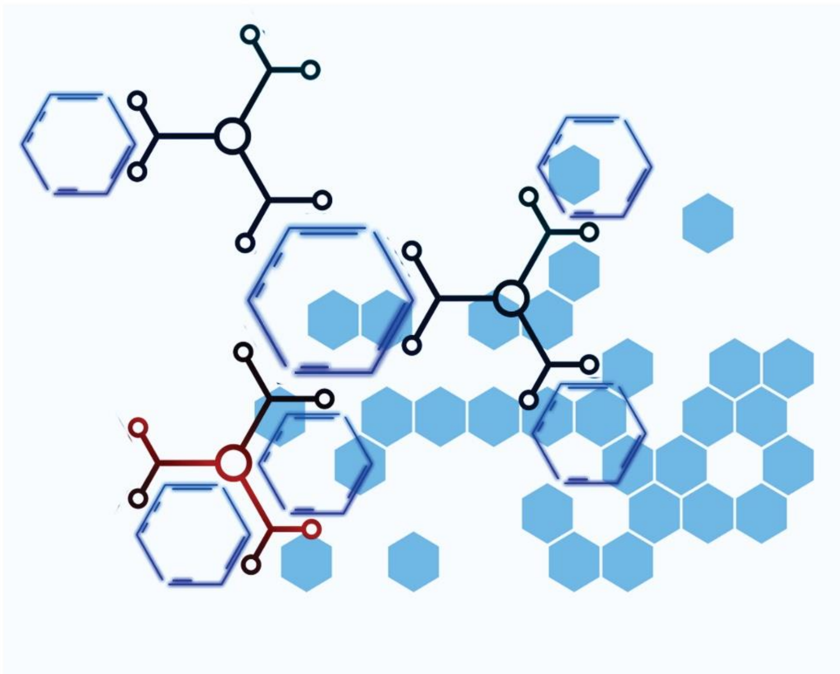
LDU
1992
LƏNKƏRAN DÖVLƏT UNİVERSİTETİ

ISSN 2617-8052

ELMİ XƏBƏRLƏR

Riyaziyyat və Təbiət Elmləri seriyası



2 / 2022

1 9 9 2
LƏNKƏRAN DÖVLƏT UNİVERSİTETİ

E L M İ X Ə B Ə R L Ə R

RİYAZİYYAT VƏ TƏBİƏT ELMLƏRİ

№ 2, 2022

 İSSN 2617-8052

R E D A K S İ Y A   H E Y Ə T İ

EDITORIAL BOARD

MÜNDƏRİCAT

RƏQƏMSALLAŞMA KONTEKSTİNDƏ MARKETİNQİN İNKİŞAFI VƏ PERSPEKTİVLƏRİ

Elçin Əliyev
Məhəmmədiyə Əliyev
Mingəçevir Dövlət Universiteti, Mingəçevir Azərbaycan
e-mail: elchin.aliyev@mdu.edu.az
e-mail: mehemmediyee@mail.ru

Xülasə. Hazırda iqtisadiyyatın aparıcı sahələrindən biri xidmət sektorudur. Bu gün qeyri-istehsal və istehsal sahələrinin marketinqi iqtisadi kateqoriya kimi formalaşma mərhələsindədir. Bazar şəraitinin fəal iştirakçısı olan müəssisələrin marketinq fəaliyyəti öz aktuallığı ilə rəqəmsal cəmiyyətin gündəmindədir. Məlumdur ki, bəzi marketinq prinsiplərinin tətbiqi müəssisənin statutusuna müsbət təsir göstərəcək əsas amillərdən biridir. Məhz bunu nəzərə alaraq, müsəssisənin kommersiya faydalarının təhlili ilə yanaşı qurumun ictimaiyyət qarşısında müəyyən imicinin formalaşması və dayanıqlığının təmin edilməsi investorların daim diqqət mərkəzindədir.

Təbii ki, istehsal və qeyri-istehsal müəssisələrinin əsas hədəfi fəaliyyət sahəsi üzrə dayanıqlı və dinamik inkişafı sürətləndirmək üçün yeni rəqəmsal-innovativ texnologiyaların tətbiq dairəsini genişləndirməkdir. Bu texnologiyalar təşkilatın dinamik inkişaf fəaliyyətinin əsasını təşkil edir. Təəssüf ki, hazırda müəssisənin strateji idarə edilməsində marketinq yanaşmalarının tətbiqi probleminin hərtərəfli nəzərdən keçirilməsini tələb edə biləcək ümumi metodologiya yoxdur. Buna görə də müəssisələrin marketinq fəaliyyətinin təhlili aktual məsələlərdən biridir. Təqdim olunan elmi işdə marketinqin məqsədi, prinsipləri, vəzifələri və komponentləri geniş təhlil olunaraq, marketinq fəaliyyətinə nəzarət sisteminin müəssisənin dinamik inkişafında əsas amillərdən biri olduğu müəyyənləşdirilmişdir. Bu gün hər bir müəssisə rəhbəri strateji fəaliyyətini və imicini marketinqin prinsiplərindən istifadə etməklə formalaşdırması, həm öz-özünə hesabatlılıqda, həm də GZİT (GÜCLÜ, ZƏİF, İMKAN, TƏHLÜKƏ) təhlildə mühüm rol oynayır.

Açar sözlər: rəqəmsal marketinq, SEO, SMO, SEM, e-poçt, ortaq marketinq kanalları.

Giriş

Rəqəmsal iqtisadiyyata keçid günümüzün zəruri tələbidir. İqtisadiyyatın rəqəmsallaşması insana dəfələrlə rastlaşdığı informasiya axtarışı ilə bağlı bir çox problemlərin həllini asanlaşdırmağa imkan verir. Rəqəmsallaşma istifadəçilərə biznesin inkişafında geniş imkanlar açır. Rəqəmsal kommunikasiya əlaqələrinin tətbiqi çevik, rahat və sürətli interfeysi formalaşdıran marketinq növünün yaranmasına imkan verir.

Ümumiyyətlə, marketinq istehsalın və satışın idarə edilməsinin yeni konsepsiyası kimi ikinci Dünya Müharibəsindən sonra ABŞ-da yaranmış və təşkil edilmişdir. 1948-ci ildə Hamilton İnstitutu iqtisadi terminlər lüğətində marketinq əmtəə və xidmətlərin istehsalçıdan istehlakçıya çatdırılmasından ibarət iqtisadi fəaliyyət növü kimi təqdim edilib [4-9].

Müəssisənin dinamik inkişafı üçün marketinqin tətbiqi səmərəli idarəetmə qərarlarının qəbulu üçün müəssisənin fəaliyyət məqsədini müəyyənləşdirməyə, ətraf mühit amillərini təhlil etməyə, idarəetmə siyasətini, strategiyasını və prioritetlərini seçməyə imkan verir.

Bu proseslərin yerinə yetirilməsi üçün müəssisələrdə marketinqin prinsipləri, vəzifələri və planlaşdırılması zəruri şərtlərdən biridir. Marketinq planlaşdırılmasının və marketinq planlarının tərtib edilməsinin hansı formada həyata keçirilməsindən asılı olmayaraq onun məqsədi müəssisənin nəyi necə etməli olduğunu, nə əldə etmək istədiyini və konkret situasiyalarda hansı işləri görməli olduğunu qabaqcadan müəyyənləşdirməkdir. Başqa sözlə desək, marketinqin planlaması və təşkili prosesi aşağıdakı suallara cavab tapmağa imkan verir.

– Müəssisənin indiki vəziyyəti necədir?
– Hazırki vəziyyətə necə gəlib çatıb?
– Hədəfi nədir?
– Öz məqsədlərinə necə nail ola bilər?
– Müəssisə lazım olan istiqamətdə irəliləyirmi?

Beləliklə, marketinq müştərilərin ehtiyaclarını ödəməklə mənfəət əldə etməyi hədəfləyən bir fəaliyyətdir. Məsələn, A məhsulunun nə olacağı və onun neçəyə başa gələ biləcəyini anlamaq üçün fəaliyyət sahələrinə marketinq lazımdır. Məsələn, müəssisədə məhsulun istehlakçılara çatdırılması üçün elə marketinq planlaması qurulmalıdır ki, qiyməti endirməklə və və ya əksinə qiyməti qaldırmaqla qazanc əldə etmək mümkün olsun. Bu zaman B məhsulunun planlaması elə edilməlidirki, A məhsulunu aldıqdan sonra müştəri avtomatik olaraq B məhsulunu da alsın.

Marketinqin əsas mahiyyəti, məqsədi və prinsipləri

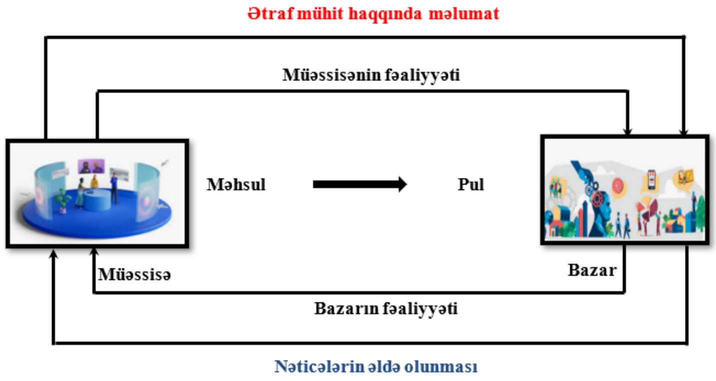
Müasir marketinq mürəkkəb sosial-iqtisadi hadisədir və ən düzgün şəkildə bazar şəraitində davranış parametrlərini daim dəyişən dörd fəaliyyət amilinin birləşməsi kimi qəbul edilir [4-6]:

– Biznes fəaliyyətinin qarşılıqlı əlaqələndirilməsi fəlsəfəsi kimi.
– İdarəetmə konsepsiyası kimi.
– Rəqabət mühitində üstünlüklərin təmin edilməsi vasitəsi kimi.
– Həllərin tapılması üsulu kimi.

Marketinqin əsas məqsədi tərəfdaşlar üçün qarşılıqlı faydalı olan mübadilə prosesinin formalaşması və daimi inkişafını təmin etməkdir. Marketinq fərdi sahibkarlar tərəfindən konkret şəraitdə istifadə olunan əmtəə dəstlərini müəyyən edir və bu ehtiyacları ödəmək üçün hər iki tərəfin xeyrinə firmanın ixtiyarında olan müxtəlif resurslardan istifadə etməyə imkan verir. Beləliklə, marketinq fəaliyyətin və faydalılığın iki axını ilə məşğul olur.

1. Firmanın fəaliyyəti haqqında məlumat - istehsal prosesində faydalılıq formalarını yaradır, sonra isə bölüşdürmə prosesi vasitəsilə həm zaman, həm də məkanda faydalılıq yaradır.

2. Bazar və ətraf mühit haqqında məlumat - mübadilənin nəticəsini, pul axınını və istehlakçılardan gələn sifarişləri xarakterizə edir. Marketinq bu iki axının hərəkətini elə tənzimləyir ki, istehlakçı tələbatının və sahibkarlıq mənfəətinin maksimum ödənilməsini təmin etsin (şəkil 1).



Şəkil 1. Marketinqin fəaliyyət sxemi

Marketinqin əsas vəzifələri tələb və təklifi tarazlaşdırmaq üçün müəssisənin və bazarın mövcud və potensial imkanlarını müəyyən etmək, kəmiyyətcə qiymətləndirmək və reallaşdırmaqdan ibarətdir. Marketinq tapşırıqları çərçivəsində marketinqin prinsipləri formalaşır və daim sifariş verilir.

Marketinqin prinsipləri marketinqin əsasını təşkil edən və onun mahiyyətini və məqsədini açan əsas müddəalar, şərait və tələbləridir. Marketinqin mahiyyəti yuxarıda göstərildiyi kimi ondan ibarətdir ki, əmtəə istehsalı və xidmətlərin göstərilməsi istehlakçıya, tələbata, istehsal imkanlarının bazar tələbləri ilə daim uzlaşdırılmasına yönəldilməlidir. Marketinqin mahiyyətinə uyğun olaraq aşağıdakı əsas prinsiplər fərqləndirilir:

– yalnız istehlakçıya lazım olanı istehsal etmək;

– bazara mal və xidmət təklifi ilə deyil, istehlakçı problemlərinin həlli vasitələri ilə daxil olmaq;

– tələbat və tələb öyrənildikdən sonra əmtəə istehsalını təşkil etmək;

– hədəfləri müəssisənin istehsal və ixrac fəaliyyətinin yekun nəticəsinin əldə edilməsinə yönəltmək;

– əmtəələrin istehlakçıya çatdırılması zəncirinin bütün halqalarını marketinqlə əhatə etmək üçün əmtəə istehsalının bazarın tələblərinə eyni vaxtda məqsədyönlü təsir göstərərək fəal şəkildə uyğunlaşdırılması taktika və strategiyasını tətbiq etmək;

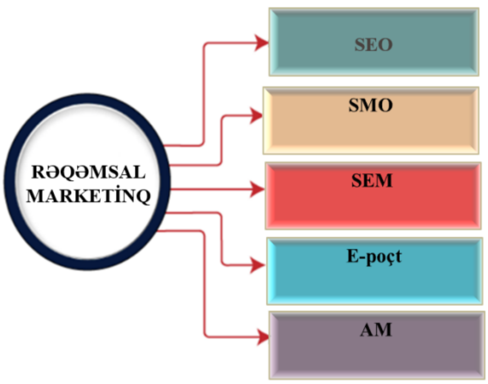
– bütövlükdə müəssisənin və xüsusən də marketinq xidmətinin fəaliyyətini bir anlıq nəticəyə deyil, strateji planlaşdırmanın həyata keçirilməsinə və malların bazardakı davranışının proqnozlaşdırılmasına əsaslanan uzunmüddətli effektiv kommunikasiya perspektivinə yönəltmək.

Beləliklə, müəssisədə marketinqin prinsipləri və məqsədləri istehlakçıların ehtiyac və tələblərini ödəməyə və bununla da məhsul əldə etməyə yönəlmiş biznes bölmələrinin əməliyyat və strateji davranışı sahəsində davamlı təşkili, planlaşdırma və idarəetmə prosesi kimi qəbul edilməlidir. Planlaşdırılan mənfəət - alıcının tələbatını əvvəlcədən təyin edən, investisiya və istehsalı gözlənilən ehtiyaclara istiqamətləndirən, innovasiya və sahibkarlıq fəaliyyətini stimullaşdıran marketinqdir.

Azərbaycan 2030: sosial-iqtisadi inkişafa dair Milli Prioritetlər üzrə Azərbaycan Respublikası Prezidentinin sərəncamına əsasən bütün sahələrdə rəqəmsallaşmanın effektiv inkişafı üçün geniş imkanları ortaya qoyur. [1-2]. İstər sosial, istərsə də iqtisadi fəaliyyətin bütün sahələrində rəqəmsal texnologiyaların tətbiqi proseslərini müşahidə edirik. Artıq biznesin ənənəvi olaraq istifadə etdiyi marketinq üsulları (çap reklamı, birbaşa poçt, radio reklamı və s.) tədricən yox olur və rəqəmsal texnologiyalarla əvəz olunur. İndi istənilən biznesin uğuru onun istehlakçıya tam innovativ yanaşma olan rəqəmsal marketinqi nə dərəcədə effektiv tətbiq edəcəyindən çox asılıdır; həm onlayn, həm də bazarda onun davranışını anlamaq üçün yeni bir taktika, strategiyalar araşdırılır [4]. Rəqəmsal marketinq müştəriləri cəlb etmək və saxlamaq üçün rəqəmsal texnologiyalardan istifadəyə əsaslanır. Rəqəmsal tanıtım kanalları rəqəmsal marketinqi yeni inkişaf səviyyəsinə çıxarmağa imkan verən bir çox üstünlüklərə malikdir və aşağıdakı bölmələrdən ibarətdir: Öz-özünə xidmət terminalı, pos-terminal, interkativ ekran, veb-sayt, sosial şəbəkə, mobil tətbiq, rəqəmsal qajet və s.

Rəqəmsal marketinqin əsas üstünlüklərinə, ilk növbədə, nəticələri və effektivliyi dəqiq şəkildə əldə etmək və ölçmək bacarığı daxildir. İkincisi, dünyanın müxtəlif ölkələrindən olan mindən çox istifadəçiyə internet şəbəkəsi vasitəsilə reklamları sürətlə yayımlamaq, həmçinin onlardan məlumat almaq və onu operativ təhlil etmək mümkündür [3]. Marketoloqun peşəkarlığı rəqəmsal marketinq kanallarını məharətlə istifadə etməsindən asılıdır. Məsələn, kontekstli reklamın əsas məqsədi kiçik hədəf auditoriyası arasında bir markanı tanıtmaq üçün effekt hesab olunur. Effektivli kontekstli reklamdan istifadə etməklə, bu cür reklamın çox populyar olduğu potensial istehlakçılar arasında da veriləcək. Əgər şirkət istehlakçıları qabaqcıl gənclərdirsə, onda onların istehsal etdiyi məhsullar sosial şəbəkənin, mobil proqramların, internet reklamın və spam məzmununun üstünlüklərindən istifadə edərək, çatdırılmanı təmin edir. Beləliklə, unikal imkanlara malik olan rəqəmsallaşma rəqəmsal marketinqin bütün üstünlüklərini formalaşdırmışdır [4-7].

Rəqəmsal marketinqin effektivliyi axtarış motorları, vebsaytlar, e-poçt, sosial media, mobil proqramlar və s. kimi elektron resursların necə və hansı şəraitdə istifadə olunmasından asılıdır. Rəqəmsal marketinqin komponentləri şəkil 2-də təsvir olunmuşdur.



Şəkil 2. Rəqəmsal marketinqin komponentləri

Şəkildən göründüyü kimi, rəqəmsal marketinqin komponentləri 5 bölmədən ibarətdir.

1. Axtarış motorunun optimallaşdırılması (SEO – Search Engine Optimization) – Şirkətin veb saytının strukturunu və məzmununu təkmilləşdirmək və trafiki artırmaq və bununla da axtarış motorunun reklam səhifələrində sıralamaq üçün tanıtım fəaliyyətlərini realizə edir.

2. Sosial media optimizasiyası (SMO - Social Media Optimization) – Facebook, Twitter, LinkedIn və Google kimi sosial media saytları vasitəsilə insanlarla ünsiyyət qurmaq və bütün dünyada sosial şəbəkə yaratmaq üçün onlayn platforma təklif edir. Sosial media saytlarının hər biri fərqli xüsusiyyətlərə malikdir və istifadəçiyə veb saytın trafik çəkmək, biznes və xidmətləri tanıtmaq üçün çoxlu üsullar təklif edir. Məsələn, **Facebook Marketing -** Facebook-da biznes, məhsul xidmətlərini və s. tanıtmağa imkan verən yeni marketinq formasıdır. **Twitter marketing -** biznes, məhsul xidmətlərini təşviq etmək və ya reklam etmək və veb saytınıza trafik çəkmək üçün Twitter-dən istifadəni nəzərdə tutur. **Linkedln Marketinqi - LinkedIn peşəkarlarla ünsiyyət qurmağa və peşəkar şəbəkə qurmağa imkan verən peşəkar şəbəkə saytıdır.**

3. Axtarış motoru marketinqi (SEM – Search Engine Marketing) – SEM, SEO və SMO-dan fərqli rəqəmsal marketinq strategiyasıdır, çünki burada məhsul və xidmətlərin axtarış üçün Google kimi axtarış motorlarına ödəniş nəzərdə tutulur.

4. E-poçt marketinqi – E-poçt marketinqi həmçinin SMO, PPC və s. kimi marketinqin ən gəlirli vasitələrindən biridir. Bu, bir qrup insana, adətən poçtdan istifadə edən potensial müştərilərə kommersiya mesajı göndərməyə aiddir. Sadə sözlə desək, bu, məhsul və ya xidmətlərin tanıtımı, eləcə də müştərilərlə əlaqələri inkişaf etdirmək və saxlamaq üçün e-poçtların istifadəsidir. **E-poçt marketinqinin ümumi məqsədlərinə daxildir: m**əhsul və xidmətlər üçün yeni qeydiyyatlar artırmaq; satış şöbəsi üçün yeni potensial müştərilər yaratmaq; müəssisənin tədbirləri üçün maksimum iştirakçıya nail olmaq; ödənişlərin əlçatanlığını təmin etmək. E-poçt marketinqinin əsas üstün cəhətlərinə aşağıdakılar aiddir:

– Brend şüuru artırmağa kömək edir.

– Rəqəmsal marketinqin ən sərfəli üsuludur.

– Əvvəlki alış-verişlər əsasında yüksək dərəcədə fərdiləşdirilmiş mesajlar və ya reklamlar yaratmağa imkan verir.

– E-poçt müəssisənin performansını qiymətləndirmək üçün istehlakçıya keyfiyyət ölçüləri təqdim edir.

– Daha geniş əhatə dairəsinə malikdir.

5. Ortaq satış marketinqi (Affiliate Marketing) – filialın, şirkətin və ya satıcının məhsul və ya xidmətlərini və s. marketinqi üçün komissiya qazandığı rəqəmsal marketinq növüdür. Filial hər satışdan qazancın bir hissəsini alır. Beləliklə, şirkət üçüncü tərəf kimi nəşriyyatlara, filiallara şirkətin məhsul və xidmətlərinə trafik yaratmaq üçün kompensasiya ödəyir. Bu, üç tərəf arasındakı münasibətdir: Reklamçı, Nəşriyyatçı və İstehlakçı. Affiliate marketoloqlar öz vebsaytları və ya bloqları ilə əlaqəli olan və təşviq etmək üçün nüfuzlu təşviqatları olan filial proqramlarına qoşulurlar. Filial bu məhsulları öz izləyiciləri ilə paylaşır və məhsul alındıqda komissiya qazanır.

Ekspertlərin statistik təhlilinə əsasən klassik marketinqlə müqayisədə rəqəmsal marketinq 18% daha yüksək onlayn alış-veriş müştəri auiditoriyasına malikdir [4-9]. Dünyada 4,9 milyarddan çox insan internetdən istifadə edir. 4,3 milyarddan çox insan sosial mediada aktivdir. Bu, onlayn müştəriləri cəlb etmək potensialını nümayiş etdirir. Brendlər alıcılarla güclü əlaqələr qurmaq üçün əvvəlkindən daha çox yollar axtarır.

Nəticə

Beləliklə, marketinq fəaliyyətində rəqəmsal texnologiyalardan istifadə müəssisə və təşkilatlara sadiq müştəriləri saxlamaq və onlarla uzunmüddətli tərəfdaşlıq əlaqələri qurmaq, istehlakçıların pozitiv münasibətini, məhsul və xidmətlərinə inamı artırmaq, hər bir müştəriyə fərdi yanaşmanı təmin etmək və onlarla uzunmüddətli əməkdaşlıq etmək üçün geniş perspektivlər açaraq, zövq və üstünlüklərindəki dəyişikliklərə çevik reaksiya vermək imkanına malikdir. Məqalədə, qeyd olunan rəqəmsal marketinqin üstünlükləri müştəri yönümlü yanaşmanın inkişafı üçün əsas sahələrə çevriləcək, onlardan istifadə təşkilatlara rəqabət qabiliyyətini gücləndirməyə və bazarda öz brendini effektiv şəkildə tanıtmağa imkan verəcəkdir.

Ədəbiyyat

1. Azərbaycan 2030: sosial-iqtisadi inkişafa dair Milli Prioritetlər. *AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI PREZİDENTİNİN SƏRƏNCAMI*, Bakı şəhəri, 2 fevral 2021-ci il.
2. “2018–2020-ci illərdə Azərbaycan Respublikasında rəqəmsal ödənişlərin genişləndirilməsi üzrə Dövlət Proqramı”. *AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI PREZİDENTİNİN SƏRƏNCAMI*, Bakı şəhəri, 26 sentyabr 2018-ci il.
3. Məmmədov X., Mirzəyev S. (2001). *Marketinq əsasları*, Bakı, QAPP-POLİQRAF, 268-283
4. Şükürov T.Ş., Şükürov R.Ş. (2007). *Marketinq tədqiqatları*. Ali məktəb tələbələri üçün dərs vəsaiti. Yenidən işlənmiş və əlavələr edilmiş 2-ci nəşr. Bakı, "Kooperasiya" nəşriyyatı, 424s.
5. Шевченко. Д. А. (2013). Маркетинговая деятельность вуза: структура, управление и содержание . Практический маркетинг. № 9(199), 2–14.
6. Chan T. Y., Wu C., Xie Y. (2011). “Measuring the lifetime value of customers acquired from Google search advertising”, *Marketing Science*, 30(5), 837-850
7. Ellis-Chadwick F., Doherty F. (2010). “Web advertising: The role of e-mail marketing”. *Journal of Business Research*. 65(6), 843-848.
8. Salehi M., Mirzaei H., Aghaei M., and Milad A. (2012). Dissimilarity of E-marketing VS traditional marketing. *International Journal of Academic Research in Business and Social*

Sciences (2) 1, 511-515.

9. Sheth J.N., Sharma A. (2005*). International e-marketing: opportunities and issues. International Marketing Review* (22) 6, 611-622.

РАЗВИТИЕ И ПЕРСПЕКТИВЫ МАРКЕТИНГА В УСЛОВИЯХ ЦИФРОВИЗАЦИИ

Алиев Эльчину
Алиев Мохаммади
Мингячевирский государственный университет, Мингячевир, Азербайджан

В настоящее время одной из ведущих отраслей экономики является сфера услуг. На сегодняшний день маркетинг непроизводственной и производственной сферы находится в стадии становления как экономическая категория. Маркетинговая деятельность предприятий, являющихся активными участниками рыночных условий, стоит на повестке дня цифрового общества своей актуальностью. Известно, что применение некоторых принципов маркетинга является одним из основных факторов, положительно влияющих на состояние предприятия. С учетом этого, наряду с анализом коммерческой выгоды предприятия, формирование определенного имиджа учреждения перед общественностью и обеспечение его устойчивости всегда находятся в центре внимания инвесторов.
Безусловно, основной целью производственных и непроизводственных предприятий является расширение сферы применения новых цифрово-инновационных технологий для ускорения устойчивого и динамичного развития в сфере деятельности. Эти технологии составляют основу динамичного развития организации. К сожалению, в настоящее время не существует общей методики, которая могла бы потребовать комплексного рассмотрения проблемы применения маркетинговых подходов в стратегическом управлении предприятием. Поэтому анализ маркетинговой деятельности предприятий является одним из актуальных вопросов. В представленной научной работе всесторонне проанализированы цель, принципы, задачи и составляющие маркетинга и определено, что система управления маркетинговой деятельностью является одним из основных факторов динамичного развития предприятия. Сегодня формирование стратегической деятельности и имиджа каждого руководителя бизнеса с использованием принципов маркетинга играет важную роль как в самоотчетности, так и в анализе ССВУ (СИЛА, СЛАБОСТЬ, ВОЗМОЖНОСТЬ, УГРОЗА).
Ключевые слова: цифровой маркетинг, SEO, SMO, SEM, электронная почта, каналы партнерского маркетинга.

DEVELOPMENT AND PROSPECTS OF MARKETİNG İN THE CONTEXT OF DİGİTALİZATİON

Aliyev Elchin
Aliyev Mohammadi
Mingachevir State University, Mingachevir, Azerbaijan

Currently, one of the leading sectors of the economy is the service sector. Today, marketing of non-production and production areas is in the stage of formation as an economic category. The marketing activity of enterprises that are active participants in market conditions is on the agenda of the digital society with its relevance. It is known that the application of some marketing principles is one of the main factors that will have a positive effect on the status of the enterprise. With this in mind, along with the analysis of the enterprise's commercial benefits, the formation of a certain image of the institution in front of the public and ensuring its stability are always in the focus of investors.

Of course, the main goal of manufacturing and non-manufacturing enterprises is to expand the scope of application of new digital-innovative technologies in order to accelerate sustainable and dynamic development in the field of activity. These technologies form the basis of the organization's dynamic development activity. Unfortunately, currently there is no general methodology that can require a comprehensive review of the problem of applying marketing approaches in the strategic management of the enterprise. Therefore, the analysis of the marketing activity of enterprises is one of the urgent issues. In the presented scientific work, the purpose, principles, tasks and components of marketing were extensively analyzed, and it was determined that the marketing activity control system is one of the main factors in the dynamic development of the enterprise. Today, the formation of the strategic activity and image of every business leader using the principles of marketing plays an important role both in self-reporting and in SWOT (STRENGTH, WEAKNESS, OPPORTUNITY, THREAT) analysis.

Key words: digital marketing, SEO, SMO, SEM, email, affiliate marketing channels.

Daxil oldu: 02.06.2022; Çapa qəbul edildi: 14.11.2022; Çap edildi: 30.12.2022

BİR DAHA KOMPÜTERİN UŞAQLARA TƏSİRLƏRİ HAQQINDA

Leyla İsmayılzadə
Mingəçevir Dövlət Universiteti, Mingəçevir, Azərbaycan
e-mail: leyla.ismayilzada@mdu.edu.az

Xülasə. Məqalədə kompüterin uşaqlara təsirləri tədqiq edilir. Həm müsbət, həm mənfi təsirlər araşdırılır və faktlarla təsdiq edilir. Bu gün kompüterdən istifadənin zəruriliyi nəzəri və praktik nöqteyi-nəzərdən əsaslandırılır. Məlum olduğu kimi, bu məsələ barəsində cəmiyyətdə hələ də vahid fikir formalaşmamışdır. Hər iki təsirin tərəfdarları olan insanlar – müxtəlif ixtisas sahibi olan mütəxəssislər – informasiya texnologiyaları üzrə mühəndislər, pedaqoqlar, psixoloqlar, həkimlər və digərləri öz fikirlərini kifayət qədər güclü arqumentlər ilə əsaslandırırlar, bu məsələ ilə bağlı hər kəsin öz "həqiqəti" var. Məqalədə uşaqların kompüter oyunlarına alüdəliyinin, o cümlədən oyundan asılılığının əsas səbəbləri araşdırılır. Həmçinin kompüterdən, bütövlükdə informasiya texnologiyaları bu istifadənin uşaqlar üçün faydalı olmasından ötrü tələb olunan vacib şərtlər şərh olunur, düşünülmüş formada, səmərəli və təhlükəsiz şəkildə istifadə haqqında tövsiyə xarakterli bəzi fikirlər verilir. Aparılan araşdırmalara əsasən belə bir nəticə hasil olunur ki, müəyyən prinsiplərə riayət etməklə, lazımi qayda və tələbləri, rejimləri gözləməklə, təcrübədə özünü doğrultmuş təlimat və tövsiyələri pozmamaqla kompüterdən səmərəli şəkildə istifadə etmək mümkündür və zəruridir.

Açar sözlər: uşaq, kompüter, oyun, təsir, fayda, təhlükə

Giriş

Müasir dünyamızda kompüterlə maraqlanmayan uşaq tapmaq çətindir, hətta bəzi uşaqlar öz həyatlarını kompütersiz təsəvvür edə bilmirlər. Doğrudur, kompüterdən, demək olar ki, hazırda bütün fəaliyyət sahələrində geniş istifadə olunur. Faktiki olaraq, bu gün kompüterlər, bütövlükdə informasiya texnologiyaları həyatımızın və işimizin ayrılmaz bir tərkib hissəsinə çevrilmişdir. Ona görə də kompüterdən məqsədyönlü şəkildə istifadə etmək və onu lazımi səviyyədə idarə etmək bacarığı, bu sahədə müəyyən vərdişlərin formalaşması uşağın gələcəkdə hər hansı bir ixtisasa və peşəyə yiyələnməsi üçün olduqca vacib əhəmiyyət kəsb edir.

Bununla belə, hər kəsi, ilk növbədə isə valideynləri düşündürən bir suala daima cavab axtarılır: kompüterlər həqiqətən uşaqlar üçün bu qədər faydalıdırmı, yoxsa onların xeyrindən çox zərəri var?

Bəri başdan qeyd edək ki, bu sualın cavabını bilavasitə mühüm fəlsəfi qanun olan "Əksliklərin vəhdəti və ziddiyyəti" qanununa söykənərək vermək olar: hər şeydə müsbət və mənfi cəhətlər tapmaq mümkündür. Bununla bağlı bir atalar məsəlini də xatırlamaq yerinə düşər: "Hər ziyanda bir xeyir var." Deməli, kompüterdən istifadənin də fayda və zərərlərinin olması labüddür.

Müxtəlif ixtisas sahibi olan və qeyd edilən məsələyə bu və ya digər dərəcədə "aidiyyat"ı olan mütəxəssislər – informasiya texnologiyaları üzrə mühəndislər, pedaqoqlar, psixoloqlar, həkimlər və s. tərəfindən aparılmış çoxsaylı müşahidə və araşdırmaların nəticələrinin təhlili bəzi ümumiləşdirmələr aparmağa və müəyyən fikirlər söyləməyə imkan verir.

Kompüterdən istifadənin əsas faydaları

Kompüterdən istifadənin əsas faydaları kimi aşağıdakıları qeyd etmək olar:

1. Hazırda çoxsaylı oyun proqramları işlənib hazırlanmış və istifadəyə verilmişdir. Onların böyük əksəriyyəti əlçatandır və tamamilə ödənişsizdir. Müxtəlif yaş kateqoriyaları üçün fərqli-fərqli oyunlar mövcuddur, hər kəsin öz yaşına və qabiliyyətinə uyğun oyun seçə bilməsi üçün xeyli sayda alternativ variantlar təklif olunur. Aydındır ki, bu məsələdə valideynin üzərinə düşən "vəzifə" öz övladı üçün doğru seçim etmək, onun yaşını, potensialını düzgün qiymətləndirib, ən düzgün variantı – ən faydalı və təhlükəsiz oyunu seçməkdən ibarətdir. Təbii ki, burada valideynin öz bilik səviyyəsi, onun təfəkkürü, dünyagörüşü və qiymətləndirmə bacarığı, analitik təhlil və müqayisə aparmaq qabiliyyəti, həmçinin öz övladını nə dərəcədə "tanıması" xüsusi rol oynayır.

Müasir oyun proqramları arasında məntiqi, təfəkkürü, yaddaşı inkişaf etdirən çoxlu sayda proqram var. Belə ki, uşaqların proqnozlaşdırmaq və təhlil etmək qabiliyyətlərini inkişaf etdirən, müəyyən fənlər üzrə bilikləri aktivləşdirən müxtəlif məntiq oyunları mövcuddur.

2. Kompüterdə məşğul olmaq uşaq tərəfindən oyun kimi qəbul edilir, buna görə də dərsliyin səhifələrində onu heç maraqlandırmayan şey monitor ekranında cəlbedici ola bilər. Bundan əlavə, yaddaşı zəif olan şagirdlər üçün kompüterdən istifadə edərək materialı öyrənmək daha effektiv ola bilər. Bunun izahı o qədər də çətin deyil. Belə ki, parlaq və dinamik olan, gözlənilməz görünən bir şey dərhal diqqəti cəlb edir və uşağın gözlərini ekrandan çəkməməsi üçün əlavə səy göstərməyə ehtiyac qalmır, yəni bu anda onun diqqəti qeyri-ixtiyari olur.

Yalnız psixoloqlar deyil, həm də kompüterdə uşaqlarla məşğul olan valideynlər, tərbiyəçilər və müəllimlər müşahidə etmişlər ki, kompüterdən istifadə prosesində uşaqların yaddaşı və diqqəti yaxşılaşır. Bu da qanunauyğun haldır, belə ki, uşaqların psixi inkişafına bilavasitə səbəb olur. J.Piajenin, A.Vallonun, P.Blonskinin və bir çox tanınmış psixoloqların tədqiqatları nəticəsində müəyyən olunmuşdur ki, kiçikyaşlı uşaqlarda yadda saxlamaq həvəsi hələ yoxdur, ixtiyari olaraq, yəni əvvəlcədən qarşıya qoyulmuş məqsədlə nəyisə hafizədə saxlamaq "fikrində deyillər". Uşaqların yaddaşı qeyri-ixtiyaridir, onlarda görünən hadisələr və xırdalıqlar asanlıqla yadda saxlanılır, çünki emosional və obrazlı yaddaş qeyri-ixtiyari işləyir və mexaniki və məntiqi yaddaşdan daha yaxşı inkişaf edir. Burada isə kompüter "əvəzedilməz köməkçi" rolunda çıxış edir, belə ki, o, mənimsənilən "material"ın mahiyyətini əhəmiyyətli edərək, onun yadda saxlanmasını sürətləndirməklə bərabər, eyni zamanda daha mənalı və uzunmüddətli edir.

3. Kompüterdə müstəqil işləmək uşağın kiçik əl əzələlərinin inkişaf etməsinə və əl ilə göz arasında koordinasiyasının formalaşmasına kömək edir. Başqa sözlə, klaviaturanın düymələrini sıxmaqla və maus kursorunu ekranda istədiyi yerə aparmaqla uşağın incə motorikası inkişaf edir.

4. Kompüter oyunları uşaqlarda abstrakt təfəkkürün inkişafına kömək edir. Uşaqlar oyunlarda əşyaların və məxluqların bəzən orijinaldan tamamilə fərqli şəkildə təsvir edilməsinə, hətta nişanlarla işarələnməsinə vərdiş edirlər. Beləliklə, bu cür oyunlar zamanı uşaqda tədricən abstrakt təfəkkürə əsaslanan işarə və simvolları qavramaq qabiliyyəti formalaşır [5].

5. Müasir təhsil sistemində İTK vasitələri, o cümlədən kompüterlər əvəzsiz rol oynayır. Hansı fənn olursa-olsun, onun tədrisi prosesində kompüterdən bir nömrəli texniki vəsait kimi istifadə edilir. Məktəbli uşaqların həm məktəbdə dərs keçərkən, həm də evdə ev tapşırıqlarını hazırlayarkən bilavasitə kompüterlərdən istifadə etmələri labüddür. Bu həm də gələcəkdə onların fəaliyyət göstərəcəkləri sahələrdə kompüterdən səmərəli istifadə üçün vərdiş aşılanmasına xidmət edir. Yəni məktəbli yaşında olan uşaqlar kompüterdən bu gün öyrənmək məqsədilə istifadə etməklə, gələcəkdə vasitə kimi – əmək aləti kimi istifadə etməyə zəmin yaradır.

Kompüterdən istifadənin mənfi cəhətləri

Qeyd olunan üstünlüklərə baxmayaraq, kompüterdən istifadənin mənfi cəhətləri də var. Əsas mənfi cəhətlər kimi isə aşağıdakıları qeyd etmək olar:

1. Kiçik yaşlı məktəblilərin, bir qayda olaraq, ətrafdakı aləmə təsir etmək imkanları məhduddur, onlar reallığı cüzi dəyişə bilərlər, onların həyat tərzi tamamilə böyüklərdən asılıdır. Amma oyunda yox! Orada hər şey uşağın istəyi ilə baş verir, burada o, rolları, səviyyələri, dekorasiyaları seçib dəyişdirə bilər, talelər üzərində əmrlər verə bilər. Təbii ki, hökmdar rolunda olmaq, göstəriş vermək, idarə etmək uşaqlar üçün çox cəlbedicidir, çünki onlar hələlik “bacarıram” sözlərindən daha çox “istəyirəm” sözü ilə başlayan cümlələr deyə bilirlər.

2. Kompüter ünsiyyət üçün çox gözəl partnyordur: o, həmişə başa düşür (bundan ötrü yalnız “lazımi” düymələri basmaq kifayətdir), mübahisə etmir, münaqişə yaratmır, notasiyalar oxumur. Ümumiyyətlə, insanlardan fərqli olaraq, kompüterlə danışıqlar aparmaq və razılığa gəlmək asandır, demək olar ki, həmişə mümkündür. Ona görə də başqaları ilə ünsiyyət qurmaqda çətinlik çəkən uşaqlar bu şəkildə asanlıqla və ən başlıcası isə, həvəslə virtual aləmlərə keçirlər.

3. Kompüter arxasında daimi oturmaq uşağın fiziki sağlamlığına mənfi təsir göstərir. Əvvəla, uzun müddətli oturaq vəziyyət statik yüklənməni artırır, uşağın hərəkət aktivliyini, dinamikliyini aşağı salır. Gözünü çəkmədən, bütün diqqəti ilə monitordakıları uzun müddət izləməkdən uşaqda boyun əzələlərində, beldə və başda ağrılar yaranmasına səbəb ola bilər, bulanıq görməyə gətirib çıxara bilər. Xeyli vaxt tərpənməz vəziyyətdə qalmaq dayaq-hərəkət sistemində müxtəlif xəstəliklərin əmələ gəlməsi ilə, o cümlədən osteoxondrozla nəticələnə bilər. Bu həm də sonda nəfəs almanı çətinləşdirə bilər. Əlin maus üzərində fasiləsiz olaraq eyni şəkildə – yarımyumulu vəziyyətdə olması isə əl əzələlərinin ağrımasına səbəb ola bilər.

İkincisi, kompüter oyunları ilə uzun müddət məşğul olmaq uşağı əsəbi və kaprizli edir, xüsusən də oyun zamanı istədiyi hər hansı bir şey alınmayanda. Qəddarlıq və zorakılıq elementlərini ehtiva edən dəhşət üslubunda olan əyləncəli oyunlar isə uşağın psixikasına neqativ təsir göstərir – bu, uşaq psixologiyası üzrə mütəxəssislər tərəfindən çoxdan sübuta yetirilib.

4. Kompüter oyunlarına və sosial şəbəkələrə ("sosial şəbəkə" termini 1954-cü ildə Mançester məktəbinin sosioloqu Ceyms Barns (*James Barns*) tərəfindən "İnsan münasibətləri" məcmuəsinə daxil edilmiş "Norveç kilsə adasında siniflər və icmalar" adlı əsərində təklif edilmişdir [1]) həddən artıq aludə olan məktəblilər ətrafdakı reallığa marağı itirirlər, küçəyə, həyətə çıxmaq, həmyaşıdları ilə ünsiyyət qurmaq, birgə vaxt keçirmək istəmirlər, aktiv həyat tərzini və idman yarışlarını sevmirlər, ev tapşırıqlarını yerinə yetirmək üçün masa arxasına çətinliklə oturur və praktiki olaraq, heç bir kitab oxumurlar. Onlar kompüterdən asılılıq şəbəkələrinə düşürlər – belə uşaqlar bütün günü evdə oturmağa hazırdırlar, tədricən reallıqla əlaqəni itirirlər və bəzən onları bu vəziyyətdən çıxarmaq üçün xüsusi kömək lazım olur.

Bunlardan əlavə, bioloji-fizioloji nöqteyi-nəzərdən aşağıdakı zərərləri də qeyd etmək lazımdır:

- görmə funksiyası korlanır, çünki gözlər daima gərgin halda olur. Uşaqların gözləri hələ tam inkişaf etmədiyindən, onlar çox tez yorulur. Beləliklə, uşağın gözləri get-gedə zəifləyir və o, uzağı pis görməyə başlayır. Bundan ötrü uşağa eynək taxmaq lazım gəlir. Bir çox uşaqlar isə planşetdə və ya telefonda oynayarkən çarpayıda və ya divanda, bəzən hətta döşəmədə uzanırlar ki, bu da görməyə mənfi təsir edir:
- noutbuk uşağın qamətinə də zərər verir. Bəzən kompüterin yeri boyuna görə uşağa uyğun olmur. Bu səbəbdən uşağın beli daima səhv vəziyyətdə olur. O, belini əyməyə başlayır və ya ekranı görə bilmək üçün boynunu bərk dartır. Bütün bunlar onurğanın əyilməsinə, baş və bel ağrılarına gətirib çıxara bilər;
- əsəb sistemi ilə bağlı problemlər yarana bilər. Uşaqda əsəb sistemi hələ zəifdir, inkişaf etməyib. Ona görə də əgər uşaq kompüterlə uzun müddət ünsiyyətdə olarsa, onun yuxusunda - yatmağında ciddi problemlər yarana bilər, əhval-ruhiyyəsinin qəfil dəyişməsi və yüksək səviyyədə həyəcanlanma, hətta qıcıqlanma baş verə bilər [4].

Kompüter oyunlarına aludəliyin əsas səbəbləri

Uşaqların kompüter oyunlarına aludəliyinin əsas səbəbləri kimi aşağıdakıları göstərmək olar:

- uşaqda özünü idarəetmə bacarığının olmaması. Özünü idarə etmək, lazım gələn anda məhdudlaşdırmaq, "yavaşlatmaq" uşaq üçün çətindir, o, əksər hallarda bunu düşünmədən edir, yaxın perspektivi görə bilmir, hərəkətinin nəticəsini müəyyənləşdirə bilmir, vəziyyəti düzgün qiymətləndirməyi bacarmır;
- uşaq əməyə öyrəşməyib, o, hər hansı işi görmək və yerinə yetirmək bacarığına malik deyil. Bu cür insan yaxınlarının mənafeyi naminə işləməyə, bununla da onlara sevgi və qayğısını ifadə etməyə ehtiyac duymur;

- uşağa əməkdaşlıq etmək öyrədilməyib, o, məsləhətləşməyi bacarmır, buna görə də başqalarının məsləhət və tövsiyələrini dinləmək, nəzərə almaq və əməl etmək vərdişləri formalaşmayıb;

- böyüklər kompüterlə qarşılıqlı əlaqəyə dair psixoloji və gigiyenik qaydalardan məlumatsızdırlar, kompüterin fayda və zərərlərini bilmirlər;

- uşaq valideyn diqqətindən məhrumdur, ona görə də o, "isti" münasibətə və ünsiyyətə olan ehtiyaclarını kompüterlə qarşılıqlı əlaqəyə girməklə ödəyir. Ailədə tərbiyə tərzi, əsasən, təzyiqlər, göstərişlər, idarə olunan şəxsiyyətin tərbiyəsi üzərində qurulub, bunun nəticəsində isə sonda uşaq yenə də tabe olmağı və "sözə baxmağı" bacarmır. Valideynlər uşaqla ünsiyyət zamanı onun böyüməsini dərk etmirlər, ünsiyyət tərzini dəyişmirlər, dialoqa girmirlər, koordinasiyalı hərəkətlər etmirlər;

- böyüməkdə olan uşaq böyüklərin həyatına xas olan çətinliklərlə üzləşir. Lakin bu çətinliklərin öhdəsindən təkbaşına gələ bilmir, bu prosesdə böyüklərin dəstəyini tapa bilmir və beləliklə də, virtual aləmə keçir;

- uşaq üçün onu əhatə edən aləm, mühit rahat, komfortlu deyil, vaxtının çox hissəni keçirdiyi otaq onun zövqünə uyğun qurulmayıb, onun fərdi dünyagörüşünə, həyata baxışlarına uyğun gözləntilərinə cavab vermir, onun fikirlərini əks etdirmir;

- uşaqda özünə qarşı inam aşağı səviyyədədir, özünə şübhəsi var, özünü zəif qiymətləndirir, daha çox başqalarının fikrindən asılılıq hiss edir, hamıdan təcrid olunmuş vəziyyətdədir;

- uşaqda güclü təqlid refleksi var, o, düşünmədən, götür-qoy etmədən dostunun arxasınca qeyri-real aləmə girir.

Oyundan asılılıq

Bəs uşaqda oyundan asılılıq niyə formalaşır?

Məlum olduğu kimi, hər hansı bir asılılığın formalaşması üçün birinci və zəruri şərt daxili narahatlıq hissi və narazılıq, məyusluq hissidir.

Həyəcan vəziyyətindən çıxmağın iki əsas yolu var:

- insan aqressivləşir, məsələn, belə vəziyyətdə o, əşyaları sındıra bilər, başqalarına qarşı pislik edə bilər, hətta cinayət səviyyəsində zərər vura bilər;

- insan mövcud vəziyyəti "tərk etməyə" çalışır, məsələn, ibtidai məktəb yaşında olan uşaq real vəziyyəti "tərk edib" oyunlar aləminə keçir.

Bəs artan narahatlıq və narazılıq haradan qaynaqlanır?

Burada birinci və əsas səbəb ailədəki problemlər, valideynlərlə uşaq arasında anlaşılmazlıq, uşaqlara lazımınca diqqət yetirilməməsi, böyüklərin onlara qarşı qoyduğu tələblərin həddindən artıq yüksək olmasıdır.

Oyundan asılılığın formalaşmasının ikinci səbəbi həzz almaq hissi ilə bağlıdır. Bu bir faktdır ki, yaşından asılı olmayaraq, insan hansı oyunu oynayırsa, oynasın, oyun zamanı onda adrenalin yaranır. Üstəlik, oyun zamanı qalib gələndə isə o, bundan həzz alır, bu zaman orqanizm “endorfin” adlanan sevinc hormonları istehsal edir. İnsan bu ləzzət hissini, bu həzzi təkrar-təkrar yaşamaq istəyir. Bunun üçün isə oyunu təkrarlamaq lazımdır. Bu isə son nəticədə asılılıq yaranmasına gətirib çıxarır.

Asılılığın formalaşmasının üçüncü səbəbi insan xarakterinin növü ilə bağlıdır. Psixoloqlar xarakterin iki əsas növünü fərqləndirirlər: ekstravertlər və introvertlər. Ekstravertlər ünsiyyətə meyillidirlər, məsuliyyətlidirlər, qarşılaşdıqları uğursuzluqların əsas səbəbini öz səhvlərində görürlər, fəaliyyətlərində qətiyyətlidirlər, möcüzə gözləmirlər və hərəkət edirlər. İntrovertlər daxili gərginliklərə meyillidirlər, hesab edirlər ki, çox şey onlardan asılı deyil, həmişə talelərindən şikayətlənirlər.

Asılılığın dördüncü amili başqasının fikrini tam qəbul edib, öz fikrindən yüksək tutmağa meyillilik, başqasının iradəsinə tabe olmağa daim hazır olmaqla bağlıdır. Adətən, sərbəstliyi az olan, qərar verməkdə çətinlik çəkən və liderə tabe olmağa hazır olan uşaqlar asılılığa daha tez düşürlər. Bu cür “risk qrupu”na lider olmaq arzusunda olan, lakin heç vaxt buna nail ola bilməyən uşaqlar daxildir. Məhz belə uşaqlar günlərlə kompüter arxasında otura bilirlər və bu zaman özlərini “qalaktikaların hökmdarları” kimi təsəvvür edirlər. Onlara öz potensiallarını reallaşdırmaqda kömək etmək – istənilən təşəbbüsü dəstəkləmək, istedad və qabiliyyətlərini inkişaf etdirmək lazımdır. Uşaqda sərbəstlik, baş verənlərə tənqidi nəzər salmaq, təşəbbüsü təşviq etmək vacibdir. Bu, asılılığın qarşısının alınması üçün ən effektiv üsuldur.

Uşaqların kompüterdən səmərəli və təhlükəsiz istifadəsi

Uşaqların kompüterdən səmərəli və təhlükəsiz istifadə etmələri ilə bağlı çoxsaylı tədqiqatlar aparılmışıdır və bu gün də aparılmaqdadır. Alınmış nəticələrin bəziləri fikir ayrılığı yaratsa da, hamı tərəfindən qəbul olunan müəyyən qayda və tövsiyələr var ki, onların ən vaciblərini aşağıdakı kimi ümumiləşdirmək olar:

- kompüterlə iş yeri düzgün təşkil edilməlidir: yaxşı işıqlandırma olmalıdır, lakin günəş işığı birbaşa düşməməlidir. Stol və stul hündürlüyə uyğun seçilməlidir (yaxşı olardı ki, hündürlüyü tənzimlənən xüsusi kompüter stolu və stulundan istifadə edilsin, kompüter divar boyu yerləşdirilməlidir ki, təbii işıq monitora sol tərəfdən düşsün). Kompüter uşağın üzündən 60-70 sm məsafədə yerləşdirilməlidir;
- kompüterin yerləşdiyi otaq tez-tez havalandırılmalıdır. İşləyən texnika otağın temperaturuna və rütubətinə təsir göstərə bilər, buna görə hava nəmləndiricisindən istifadə etmək tövsiyə olunur. Məktəblinin iş yeri hər gün nəm şəkildə təmizlənməlidir;
- arxası (söykənəcək yeri) düz, rahat kresloda oturmaq vacib şərtdir;
- parlaqlığı tənzimlənə bilən keyfiyyətli monitordan istifadə etmək lazımdır. Onun ölçüsü ən azı 15 düym olmalıdır. Əks təqdirdə, gözlər daha çox stresə məruz qalar və bu səbəbdən görmə kəskin şəkildə pisləşə bilər;

- uşağın istifadə etdiyi kompüterdə valideyn nəzarəti proqramının quraşdırılması məqsədəuyğundur. Belə proqramın köməyi ilə valideyn uşağın internetdə hansı saytlara daxil olduğunu izləyə, arzuolunmaz saytları bloklaya və ekran arxasında onun fəaliyyətinə nəzarət edə bilər;

- uşağın kompüterdə işləməsinə ayrılan vaxta ciddi riayət edilməli, onun kompüterlə "işləmək" müddəti yaş səviyyəsi nəzərə alınmaqla müəyyənləşdirilməlidir. Belə ki, 3 yaşdan kiçik uşaqların kompütерə xüsusi bir ehtiyacı yoxdur, baxmayaraq ki, bir çox valideynlər uşaqlarına qadcetlərlə oynamağa icazə verirlər. Uşaq bağçası dövrünü kompütersiz keçirmək bir qədər çətindir: bu yaşda məktəbəqədər uşaqlar monitor qarşısında 10-15 dəqiqədən çox vaxt keçirməli deyillər. 1-2-ci sinif şagirdləri üçün kompüterdən fasiləsiz istifadənin müddəti – 20 dəqiqədən, 3-4-cü siniflər üçün 25 dəqiqədən, 5-6-cı siniflər üçün 30 dəqiqədən, 7-11-ci sinif şagirdləri üçün 35 dəqiqədən artıq olmalı deyil. Kompüter oyunlarına ayrılan vaxt 2-5-ci sinif şagirdləri üçün 10 dəqiqədən, yuxarı sinif şagirdləri üçün isə 15 dəqiqədən çox olmamalıdır. Doğrudur, qeyd olunan zaman müddətləri ilə bağlı mütəxəssislər tərəfindən müxtəlif yanaşmalar var və hər kəs bu müddətləri fərqli şəkildə təklif edir. Lakin bir məsələ hamı tərəfindən birmənalı olaraq təsdiq edilir ki, kompüterdən istifadə müddətinə mütləq şəkildə məhdudiyyət qoyulmalıdır (özü də bu cür məhdudiyyət yalnız uşaqlara deyil, ümumiyyətlə, hər kəsə aiddir).

(Qeyd edək ki, fikrimizcə, məktəb yaşlı uşaqların kompüterdən istifadə müddətlərinin, X.T.Novruzovanın təklif etdiyi kimi aşağıdakı şəkildə müəyyən olunması daha məqsədəuyğundur:

- I-II siniflər – 10 dəq;
- III-V siniflər – 15 dəq;
- VI-VII siniflər – 20 dəq;
- VIII-IX siniflər – 25 dəq;
- X-XI siniflər – birinci dərs saatında 30 dəq, növbəti dərs saatında 20 dəq [2]).

Statistika göstərir ki, 1-2 saat kompüterdə işləmək yeniyetmələrin 73 faizində ümumi və görmə yorğunluğuna səbəb olur, halbuki bu qədər vaxtda dərslə məşğul olan uşaqların yalnız 54 faizində bu cür yorğunluq müşahidə olunur.

Nəzərə almaq lazımdır ki, kompüter arxasında uzun müddət vaxt keçirmək uşaqda yorğunluq və əsəb ehtiyatlarının tükənməsinə səbəb olur. Bu baxımdan kompüter oyunları xüsusilə təhlükəlidir, çünki oynayan zaman uşaq bir növ emosional stress yaşayır. 20 dəqiqəlik oyundan sonra mütəxəssislər uşaqların 25 faizində görmə aparatlarında və mərkəzi sinir sistemində xoşagəlməz halları qeydə alıblar. Oyun zamanı gözləmənin özü qanda adrenalin hormonlarının əhəmiyyətli dərəcədə artması ilə müşayiət olunur, bu isə qan təzyiqinin artmasına səbəb olur.

Hər 15 dəqiqədən bir diqqəti kompüterdən yayındırmaq, gözlərə istirahət vermək lazımdır [3]. Hətta göz yorğunluğuna yol verməmək məqsədilə müəyyən təlimlərin keçirilməsi, ümumi gümrahlığı bərpa etmək məqsədilə fiziki məşqlərin, bədən hərəkətlərinin edilməsi tövsiyə olunur.

Nəticə

Əlbəttə, uşaqların kompüterdən istifadəsi ilə bağlı olan məsələlər sadaladıqlarımız ilə bitmir. Ümumiyyətlə, müasir dövrün atributuna çevrilmiş informasiya-kommunikasiya texnologiyaları (İKT) sürətlə inkişaf etdiyinə görə bu sahə ilə bağlı tədqiqatlar da durmadan genişlənir və dərinləşir, eyni zamanda bu texnologiyaların insanlara verdiyi fayda və zərərlər də daim öyrənilir və ölçülür. Bu məqamda dahi Nizami Gəncəvinin bir beytini xatırlamaq yerinə düşər:

Bir inci saflığı varsa da suda,
Artıq içiləndə dərd verir o da...

Yəni nədənsə istifadə edərək faydalanmaq istəyəndə gərək istifadənin qədərini, miqdarını düzgün müəyyən edəsən ki, fayda əvəzinə zərər görməyəsən. Başqa sözlə, istifadə üçün normanı – "qızıl orta"nı taıpıb saxlamaq lazımdır! İstənilən dərman nəzərdə tutulan dozadan artıq qəbul edilərsə, zəhərə çevrilə bilər. Uşaqların kompüterdən istifadəsi məsələsində məhz bu prinsipə riayət edilməlidir!

Uşağın istər oyun və əyləncə üçün, istərsə də təhsil və öyrənmə mədsədləri ilə uşağın kompüterdən istifadə etməsi reqlamentləşdirilməli, xüsusi rejimə riayət olunmaqla həyata keçirilməlidir. Belə ki, uşağın yaş səviyyəsi, fiziki və psixoloji vəziyyəti, habelə onun fərdi qabiliyyəti və potensialı nəzərə alınmaqla, kompüterdən istifadənin vaxtı müəyyən edilməli, kompüter arxasında keçirilən müddət ciddi nəzarətdə saxlanılmalıdır. "Kompüterdə işləmək" və "fasilə etmək" fazaları bir-birini ardıcıl olmaqla əvəzləməlidir.

Uşağın kompüterdən istifadəsini məqsədyönlü şəkildə planlaşdırmaq və təşkil etmək üçün valideynlərin tərbiyəçilərlə, müəllimlərlə və psixoloqlarla, bu sahədə təcrübəsi olan daha "stajlı" valideynlərlə mütəmadi olaraq məsləhətləşməyi tövsiyə olunur. Atalar demişkən, "məsləhətli don gen olar".

Bununla əlaqədar bir məqamı da yadda saxlamaq vacibdir: uşaqlar – böyükləri, ilk növbədə, öz valideynlərini əks etdirir və əksər hallarda onları təqlid edirlər. Və əgər uşaqlar kompüter arxasında mənalı və ya mənasız olmaqla, çox vaxt keçirirlərsə, bunun bir səbəbi də məhz böyüklərin onlara göstərdikləri "nümunə"dir, unutmaq olmaz ki, "uşaq – evin güzgüsüdür" və "pis nümunə yoluxucu olur" deyiblər atalar! Müasir valideynlərin əksəriyyəti işdən qayıdanda hətta evdə də öz elektron poçtunu yoxlamağa və bloqları oxumağa davam edirlər və bundan ötrü yalnız kompüterdən deyil, həm də mobil telefonlardan istifadə edirlər. Övladına təsir etmək üçün valideyn əvvəlcə özünün kompüterdən asılılığını aradan qaldırmalıdır!

Ədəbiyyat

1. Əliquliyev, R.M. (2013) İnformasiya cəmiyyəti: maraqlı xronoloji faktlar / R.M.Əliquliyev, P.M. Salmanova. – Bakı: İnformasiya Texnologiyaları, – 169 s.

2. Novruzova, X.T. (2017) İnformatikanın tədrisi metodikası / X.T.Novruzova. – Bakı: BSU, – 152 s.

3. Белоус Ю.В. Дети и компьютер: [Электронный ресурс] / 12 января 2021 г.
URL: https://nsportal.ru/detskiy-sad/zdorovyy-obraz-zhizni/2021/01/12/konsultatsiya-deti-i-kompyuter

4. Ребенёк и компьютер: [Электронный ресурс] / 27 июня 2018 г.
URL: https://amakids.ru/uz/about_us/blog/zdorove-i-uhod/rebenok-i-kompyuter

5. Чрезмерная увлеченность ребенка компьютером: [Электронный ресурс] / 22 ноября 2019 г.
URL: https://vk.com/@yaroditel57-chrezmernaya-uvlechennost-rebenka-komputerom

ONCE AGAIN ABOUT COMPUTER INFLUENCE ON CHILDREN

Leyla Ismayilzadeh
Mingachevir State University, Mingachevir, Azerbaijan

In the article, the influence of the computer on children is considered. Both positive and negative influences are investigated and substantiated by facts. Today, the need to use a computer is justified from a theoretical and practical point of view. As we know, the society has not yet formed a single opinion on this issue. People who are supporters of both influences – specialists of various specialties – information technology engineers, teachers, psychologists, doctors and others, support their opinion with sufficiently strong arguments, everyone has their own "truth" in this matter. The article discusses the main reasons for children's passion for computer games, including game addiction. Also, the important conditions necessary for the use of computers and information technology in general to be beneficial for children are explained, and some recommendations are given for their thoughtful, effective and safe use. Based on the conducted research, it is concluded that it is possible and necessary to use a computer with benefit, observing certain principles, adhering to the necessary rules and requirements, without violating the instructions and recommendations that have justified themselves in practice.

Keywords: child, computer, game, influence, benefit, danger

ЁЩЕ РАЗ О ВОЗДЕЙСТВИИ КОМПЬЮТЕРА НА ДЕТЕЙ

Лейла Исмаилзаде
Мингячевирский государственный университет, Мингячевир, Азербайджан

В статье рассматривается влияние компьютера на детей. Исследуются и обосновываются фактами как положительные, так и отрицательные влияния. Сегодня необходимость использования компьютера обоснована с теоретической и практической точки зрения. Как известно, в обществе до сих пор не сформировалось единого мнения по этому вопросу.

Люди, являющиеся сторонниками обоих влияний - специалисты различных специальностей – инженеры по информационным технологиям, педагоги, психологи, врачи и другие, подкрепляют свое мнение достаточно вескими аргументами, у каждого своя "правда" в этом вопросе. В статье расматриваются основные причины увлеченности детей от компьютерных игр, в том числе игровой зависимости. Также, объясняются важные условия, необходимые для того, чтобы использование компьютеров и информационных технологий в целом было полезным для детей, и даются некоторые рекомендации по их продуманному, эффективному и безопасному использованию. На основании проведенных исследований делается вывод, что можно и нужно использовать компьютер с пользой, соблюдая определенные принципы, придерживаясь необходимых правил и требований, не нарушая оправдавших себя на практике указаний и рекомендаций.

Ключевые слова: ребенок, компьютер, игра, влияние, польза, опасность

Daxil oldu: 02.06.2022; Çapa qəbul edildi: 14.11.2022; Çap edildi: 30.12.2022

LDU 1992 LƏNKƏRAN DÖVLƏT UNİVERSİTETİ
ELMİ XƏBƏRLƏR | Riyaziyyat və təbiət elmləri seriyası, 2/2022, səh. 23-32

PSEVDOPODZOLLAŞMIŞ SARI TORPAQLARDA EROZİYA PROSESİNİN YAYILMA AREALI VƏ ONU TÖRƏDƏN AMİLLƏR

Əkbərova Ülkər
Lənkəran Dövlət Universiteti, Lənkəran, Azərbaycan
e-mail: ulkarcoqrafiya@mail.ru

Xülasə. Bu məqalədə Lənkəran vilayətində mövcud psevdopodzollamış sarı torpaqlarda eroziya prosesi öyrənilmiş, yayılma arealı və onu törədən amillər müəyyənləşdirilmişdir. Məlum olmuşdur ki, torpaq örtüyü təbii və antropogen amillərin təsiri nəticəsində eroziya prosesinə məruz qalmışdır.
Apardığımız tədqiqatdan müəyyən edilmişdir ki, Lənkəran vilayətinin düzən və dağətəyi ərazilərində yerləşən psevdopodzollaşmış sarı torpaqların eroziyaya uğramamış növlərinə nisbətən onların orta dərəcədə eroziyaya uğramış növlərində humus və qida maddələrinin miqdarı 25-45%-ə qədər azalmış, nəticədə torpaqların aqrofiziki, aqrokimyəvi və bioloji xassələri pisləşmişdir.
Düzənlik sahələrdə eroziyanın baş verməsi, əsasən, suvarma ilə əlaqədardır. Nəticədə irriqasiya eroziyası əmələ gəlir.
İrriqasiya eroziyasının formalaşması və inkişafına ərazinin mailliyi, torpaqların qranulometrik, struktur tərkibi, bitki örtüyü ilə örtülülük faizi, tətbiq olunan suvarma norma və qaydalarına riayət edilməməsinin səbəb olduğu müəyyənləşdirilmişdir.
Açar sözlər: Lənkəran vilayəti, psevdopodzollaşmış sarı torpaqlar, eroziya prosesi, humus

Giriş

Psevdopodzollaşmış sarı torpaqlar Azərbaycan Respublikasında yalnız Lənkəran vilayətində Xəzərin qədim akkumulyativ dağətəyi düzənliklərində, yastı və meylli terraslarında yayılmışdır [3]. Onlar, eyni zamanda, alçaq dağlıq və dağətəyi sahələrdə, çay terraslarında, yamacların delüvial şleyflərində də yayılmışdır. Həmin torpaqlar alçaq dağlıq və dağətəyi yerlərdə dağ-meşə sarı torpaqlarla və Lənkərançay hövzəsinin dənizə yaxın sol və sağ sahil hissəsində isə psevdopodzollaşmış-qleyli sarı torpaqlarla sərhəd təşkil edirlər.

Lənkəran təbii vilayətində psevdopodzollaşmış sarı torpaqların sahəsi 28980 ha-dır [5].

Torpaqəmələgəlmə prosesinin yüksək səthi rütubətlənmə və turş mühit şəraitində getməsi təsirindən lil hissəciklərinin və üzvi-mineral maddələrin torpaq profili boyu özünəməxsus paylanmasına səbəb olur. Bu qatların genetik profili üçün yuxa akkumulyativ humus qatının (AУvg - 15-20 sm) formalaşması, zəif podzollaşmış qatdan (AУELg – 20-50 sm) lil hissəciklərinin və dəmir-alüminium oksidlərinin yuyularaq orta qatda (BTg – 50-85 sm) toplanması, həmçinin səthdən qleyləşməsi xarakterikdir.

Psevdopodzollaşmış sarı torpaqlar Lənkəran vilayətinin kənd təsərrüfatında istifadə olunan mədəni torpaqlardan biri hesab olunur. Meşənin qırıldığı dağətəyi-düzənlik hissə, əsasən, kənd təsərrüfatı bitkiləri altında istifadə olunur. Bu ərazilərdə, xüsusən Lənkərançay hövzəsinin sağ sahilində yerüstü axınla rütubətlənən psevdopodzollaşmış sarı torpaqlarda subtropik bitkilərdən çay, feyxoa, sitrus bitkilərindən isə portağal, naringi, limon və sair əkilir. Burada həmçinin üzüm, tərəvəz, bostan, qismən isə buğda əkilir. Qeyd etmək lazımdır ki, çay plantasiyalarının əksəriyyəti müasir dövrdə baxımsızlıq ucbatından bərbad vəziyyətə düşmüşdür. Belə ki, həmin torpaqlarda 30-40 il bundan əvvəl ən məhsuldar çay plantasiyası olmuş, hazırda isə antropogen amillərin (yaşayış məntəqələrinin genişləndirilməsi, mal-qaranın otarılması və sair) təsiri nəticəsində dağılmışdır. Son illər meşəsizləşmiş ərazilərin hüdudlarının genişlənməsi nəticəsində eroziya, sel və sürüşmə hadisələri geniş yayılmış və bununla əlaqədar vilayətin torpaq örtüyündə kəskin dəyişikliklər baş vermişdir [1, 2, 4, 12].

Bununla yanaşı, ərazinin iqlim şəraitinin aqroekosistemlərə, o cümlədən torpaq ekosisteminə təsiri olduqca mürəkkəb və müxtəlifdir. Havanın yüksək temperaturu meşədən təmizlənmiş bozqır torpağın üzvi maddələrinin təbii parçalanmasını gücləndirməklə yanaşı torpağın münbitliyini də aşağı salır, ziyanvericilər və xəstəliklərin baş vermə ehtimalı artır. Həmçinin, burada dağ çaylarının mövcud olması, mövsümi leysan yağışlarının tez-tez təkrarlanması və sair ərazidə mütəmadi olaraq sel hadisələrinin baş verməsinə səbəb olur.

Bununla əlaqədar torpaqdan səmərəli istifadə onun mühafizəsi və yaxşılaşdırılmasının elmi əsaslarının hazırlanması müasir dövrün aktual elmi və praktiki problemlərindəndir.

Tədqiqatın obyekti və metodikası

Torpaqların öyrənilməsi çöl və laboratoriya tədqiqat üsulları əsasında yerinə yetirilmişdir. Çöl tədqiqatı zamanı müqayisəli-coğrafi üsuldan istifadə edilmişdir.

Tədqiqat obyekti olaraq Lənkəran vilayətinin cənub-şərq hissəsinin düzən və dağətəyi ərazilərində eroziyaya uğramamış və orta dərəcədə eroziyaya uğramış psevdopodzollaşmış sarı torpaqlar götürülmüşdür. Tədqiqat zamanı müəyyən marşrutlar müəyyənləşdirilmiş və onun əsasında vilayətin Lənkəran inzibati rayonu ərazisində 24 hektar ərazidə 24 torpaq kəsimi qoyulmuş, genetik qatlar üzrə torpaq nümunələri götürülmüş və ətraflı təhlil olunmuşdur (Şək.1).

Torpaqların eroziyaya uğrama dərəcəsi genetik qatların dağılması S.S.Sobolev [17] üsulu əsasında müəyyənləşdirilmişdir.

Təhlil və müzakirə

Məlumdur ki, eroziya proseslərinə təbii və antropogen amillərin təsiri böyükdür. Ona görə də torpaqların istehsal qabiliyyətinin və bitkilərin məhsuldarlığının yüksəldilməsində eroziya dərəcəsinin və eroziyaya təbii və antropogen amillərin təsirinin nəzərə alınması vacibdir. Təbii və antropogen amillərin qarşılıqlı təsiri nəticəsində torpaqların deformasiyasını orada qoyulan torpaq kəsimlərinin morfogenetik təsirindən və analiz nəticələrindən aydın görmək olar. Psevdopodzollaşmış sarı torpaqların morfoloji quruluşu ilə tanış olmaq üçün Lənkəran rayonunun cənub-şərq hissəsinin dağətəyi yamacında eroziyaya uğramamış və orta dərəcədə eroziyaya uğramış çay plantasiyalarında torpaq kəsimləri qoyulmuşdur (şək.1). Bu kəsimlərin müqayisəli təsvirlərindən eroziyaya uğramış torpaqların akkumulyativ humus qatının xeyli hissəsinin səthi su eroziya prosesi təsirindən yuyulması, strukturanın pozulması və podzollaşmanın zəifləməsi aydın görünür [6, 7, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16].

Bu torpaqların orta dərəcədə eroziyaya uğramış və eroziyaya uğramamış növündə meşə örtüyünün qırılmış yerində kənd təsərrüfatı bitkiləri, əsasən çay becərilir. Bu kəsimlərin təsvirindən aydın görünür ki, meşə qırıldıqdan sonra torpağın quruluşu müəyyən dərəcədə dəyişmiş və meşə torpaqlarına xas olan qozvarı struktur burada yoxdur. Sarımtıl dəmir birləşmələrinin ləkələri dərin qatlarda saxlanılır ki, bu da keçmiş meşə örtüyünün müəyyən nişanəsidir. Eroziyaya uğramamış torpaqların qranulometrik tərkibi orta gilli və ağır gillidir. İri toz hissəcikləri (0,05-0,01mm) üstdən dərinə getdikcə azalır. Ümumiyyətlə, eroziyaya uğramamış psevdopodzollaşmış sarı torpaqlarda fiziki gil və lil hissəciklərin miqdarı (əsasən, üst qatda) üstünlük təşkil edir. Gil hissələri ən çox profilin orta hissəsində müşahidə olunur. Bundan başqa humuslu-akkumulyativ horizontda yüksək gilləşmənin mövcudluğu göstərilən torpaqların xarakterik diaqnostik göstəricilərindəndir. Burada təbii və antropogen amillərin təsiri nəticəsində eroziya prosesi geniş yayılmışdır. Bununla yanaşı, göstərilən torpaqlarda torpaqqoruyucu aqrotexniki və fitomeliorativ tədbirlər tətbiq edilmir, bunun da nəticəsində torpaq dağılır, onun münbitliyi pozulur.

Təsvir edilən eroziyaya uğramamış torpaqların morfologiyasının xarakterik diaqnostik göstəricilərdən AU və Bt horizontlarında göyümsov və oxralı-qonur pas ləkələr şəklində manqan-dəmir törəmələrinin, səthdə isə qleyləşmə əlamətlərinin olmasını göstərmək olar.

2 saylı kəsimin morfoloji təsvirindən göründüyü kimi orta dərəcədə eroziyaya uğramış torpaqların üst qatı qismən yuyulmuşdur ki, bunun da nəticəsində torpağın profili xeyli qısalmışdır. Fiziki gilin (<0,01mm) miqdarı eroziyaya uğramamış psevdopodzollaşmış sarı torpaqlarda 66,20%, orta dərəcədə eroziyaya uğramışda 63,06% və lil hissəcikləri (<0,001mm) eroziyaya uğramamışda 22,60 %, orta dərəcədə eroziyaya uğramışda 24,40% olmuşdur. Fiziki gilin miqdarı 3,14% azalmış, lilin miqdarı isə 1,80% artmışdır. Bu torpaqların orta qatlarında lil hissəciklərin çoxluğu həmin torpaqlara xas olan illüvial qatın olmasını göstərir. Bununla əlaqədar olaraq, illüvial B horizontunun bərkiməsi baş verir. Psevdopodzollaşmış sarı torpaqların profilində kipləşmiş "B" qatının olması onun növ xüsusiyyətlərindəndir. Kipləşmiş qat nəinki genetik əhəmiyyətə, eyni zamanda təsərrüfat əhəmiyyətinə də malikdir. Bu baxımdan fiziki xüsusiyyətlərinə və su xassələrinə görə psevdopodzollaşmış sarı torpaqları iki qrupda birləşdirmək olar:

XANBULAN KƏNDİ ƏTRAFINDA ÇÖL-TORPAQ TƏDQİQATLARININ APARILMASININ ORTOFOTOPLANDA XƏRİTƏ-SXEMİ

L E G E N D A

Kəsimin nömrəsi	Kəsimin coğrafi mövqeyi* (koordinatla)		Dəniz səviyyəsindən hündürlük, m-lə	Kəsim yerinin təsviri
	coğrafi enlik	coğrafi uzunluq		
1	38°40′36.96″	48°47′24.03″	17,37	Relyefi: düzən. Çay bitkisi altında. Eroziyaya uğramayıb.
2	38°40′35.50″	48°47′29.23″	13,71	Relyefi: dağətəyi. 5-6⁰ meyillikli ərazi. Çay bitkisi altında. Orta dərəcədə eroziyaya uğrayıb.
3	38°40′37.42″	48°47′19.98″	20,42	Relyefi: düzən. Çay bitkisi altında. Eroziyaya uğramayıb.
4	38°40′38.90″	48°47′12.10″	24,69	Relyefi: düzən. Çay bitkisi altında. Eroziyaya uğramayıb.
5	38°40′00.69″	48°47′09.37″	23,77	Relyefi: düzən. Tərəvəz altında olan sahə (pomidor). Eroziyaya uğramayıb.
6	38°40′35.13″	48°47′26.44″	15,54	Relyefi: düzən. Çay bitkisi altında sahə (1975). Orta dərəcədə eroziyaya uğrayıb.
7	38°40′37.64″	48°47′10.23″	24,99	Relyefi: dağətəyi. Çay bitkisi altında sahə (2008). Orta dərəcədə eroziyaya uğrayıb.
8	38°40′39.22″	48°47′06.96″	24,99	Relyefi: dağətəyi. Cavan çay plantasiyası altında sahə (2008). Orta dərəcədə eroziyaya uğrayıb.
9	38°40′36.00″	48°47′17.90″	21,64	Relyefi: dağətəyi. Çay bitkisi altında sahə. Eroziyaya uğramayıb.
10	38°40′39.85″	48°47′10.04″	24,08	Relyefi: dağətəyi. Çay bitkisi altında sahə. Orta dərəcədə eroziyaya uğrayıb.
11	38°40′36.56″	48°47′19.20″	20,73	Relyefi: dalğavari düzənlik. Çay bitkisi altında sahə. Eroziyaya uğramayıb.
12	38°40′38.55″	48°47′08.32″	24,99	Relyefi: dağətəyi. Çay bitkisi altında sahə. Orta dərəcədə eroziyaya uğrayıb.
13	38°40′35.77″	48°47′19.78″	19,51	Relyefi: düzən. Çay bitkisi altında sahə. Eroziyaya uğramayıb.
14	38°40′37.75″	48°47′08.74″	24,99	Relyefi: dağətəyi. Çay bitkisi altında sahə. Orta dərəcədə eroziyaya uğrayıb.
15	38°40′34.69″	48°47′19.67″	19,20	Relyefi: dalğavari düzənlik. Çay bitkisi altında sahə. Eroziyaya uğramayıb.
16	38°40′36.84″	48°47′09.60″	24,69	Relyefi: dağətəyi. Çay bitkisi altında sahə. Orta dərəcədə eroziyaya uğrayıb.
17	38°40′36.37″	48°47′21.51″	17,98	Relyefi: düzən. Çay bitkisi altında sahə. Eroziyaya uğramayıb.
18	38°40′38.49″	48°47′10.80″	24,99	Relyefi: dağətəyi. Çay bitkisi altında sahə. Orta dərəcədə eroziyaya uğrayıb.
19	38°40′41.44″	48°47′15.32″	22,86	Relyefi: düzən. Çay bitkisi altında sahə. Eroziyaya uğramayıb.
20	38°40′36.08″	48°47′11.98″	24,38	Relyefi: dağətəyi. Çay bitkisi altında sahə. Orta dərəcədə eroziyaya uğrayıb.
43	38°40′37.64″	48°47′23.64″	17,68	Relyefi: düzən. Çay bitkisi altında sahə. Eroziyaya uğramayıb.
44	38°40′34.58″	48°47′10.83″	24,08	Relyefi: mailli düzənlik. Çay bitkisi altında sahə. Orta dərəcədə eroziyaya uğrayıb.
45	38°40′37.04″	48°47′22.52″	17,68	Relyefi: düzən. Çay bitkisi altında sahə. Eroziyaya uğramayıb.
46	38°40′35.63″	48°47′11.21″	24,38	Relyefi: mailli düzənlik. Çay bitkisi altında sahə. Orta dərəcədə eroziyaya uğrayıb.

Qeyd: Xəritədəki torpaq kəsimlərinin yeri (coğrafi koordinatları) GPS (Global Positioning System) aləti vasitəsilə təyin edilmişdir.

ŞƏRTİ İŞARƏLƏR

Tədqiqat sahəsinin sərhəddi — Torpaq kəsimləri

1-ci qrupda prolüvial –delüvial gillər üzərində əmələ gələn qeyri-qənaətbəxş fiziki və su xassələrinə malik olan kipləşmiş B horizontlu psevdopodzollaşmış sarı torpaqlar, ikinci qrupa isə qranulometrik tərkibcə yüngül allüvial-prolüvial çöküntülər üzərində əmələ gələn və nisbətən əlverişli su-fiziki xassələrinə malik olan kipləşmiş “B” horizontu nisbətən zəif olan psevdopodzollaşmış sarı torpaqlar aiddir.

Bununla yanaşı, göstərilən torpaqlar bir sıra mənfi xassələrə də malikdir. Qeyd etmək lazımdır ki, elə xassələrdən biri 30-40 sm-dən 100-150 sm-ə kimi dərinlikdə yayılmış "B" kipləşmiş qatının olmasıdır ki, bu da çox əlverişsiz fiziki xassələrə malikdir. Torpaq örtüyü qiymətləndirilərkən bu, mütləq nəzərə alınmalıdır.

Torpağın fiziki rejimini müəyyən edən mühüm xassələrindən biri onun struktur tərkibidir. Aparılmış tədqiqat işlərinin nəticələri göstərir ki, torpağın strukturu, aqreqat tərkibi münbitliklə sıx bağlıdır. Eroziyaya uğramış torpaqlarda humusun və üzvi qalıqların azalması torpaq strukturunun pozulması və suya davamlı aqreqatların azalması ilə nəticələnir.

Tədqiq olunan psevdopodzollaşmış sarı torpaqlarda da bu göstəricilər öyrənilmişdir. Tədqiqatlar nəticəsində müəyyən edilmişdir ki, psevdopodzollaşmış sarı torpaqların eroziyaya uğramamış növünün profilində struktur tərkibinə görə həmin torpaqlar suya davamlı aqreqatların çoxluğu ilə fərqlənir. Eroziyaya uğramış növdə 0,25 mm-dən kiçik aqreqat hissəciklərinin çoxalması da eroziya prosesi nəticəsində strukturun tozlaşmasını göstərir.

Apardığımız tədqiqatdan göründüyü kimi eroziyaya uğramamış psevdopodzollaşmış sarı torpaqlarda profil boyu suya qarşı davamlı aqreqatların miqdarı azalır. Bu onunla aydınlaşdırılır ki, torpağın üst qatında humusun və udulmuş əsasların miqdarının çox olması burada suya qarşı davamlı aqreqatların əmələ gəlməsinə səbəb olur. Üst qatda eroziyaya qarşı davamlı aqreqatların çox olması düşən yağmurların torpağın yuyulmasına və eroziyanın şiddətlənməsinə imkan vermir.

Torpaq münbitliyinin öyrənilməsində əsas məsələlərdən biri torpağın aqrokimyəvi göstəricilərinin miqdarının müəyyən edilməsidir. Qida maddələri ilə təmin olunma dərəcəsindən asılı olaraq psevdopodzollaşmış sarı torpaqların münbitliyini yaxşılaşdırmaq və kənd təsərrüfatı bitkilərinin, o cümlədən yaşıl çay yarpağı məhsuldarlığını artırmaq üçün elmi cəhətdən əsaslandırılmış aqrokimyəvi tədbirlərin həyata keçirilməsi tələb olunur.

Beləliklə, müasir tədqiqatlara əsaslanaraq göstərmək olar ki, öyrənilən torpaqlar təbii amillərin və insanların həyat fəaliyyəti nəticəsində dərin dəyişikliyə uğramışdır. Ərazinin torpaq tiplərinin səciyyəsindən göründüyü kimi eroziya prosesi bu torpaqların aqrokimyəvi göstəricilərinə də öz mənfi təsirini etməklə onların miqdarını azaltmışdır. Belə ki, eroziyaya uğramamış növə nisbətən orta dərəcədə eroziyaya uğramış növün profil boyu humus 0,66-1,24%, ümumi azot 0,032-0,044%, udulmuş N/NH_3 miqdarı 5,73-10,88 mq/kq, suda həll olan N/NH_3 4,20-5,36 mq/kq, nitrat 1,90-2,25 mq/kq, ümumi fosfor 0,06-0,07%, mütəhərrik fosfor 11,68-12,64 mq/kq, ümumi kalium 0,98-1,10%, mübadilə olunan kalium 65,40-74,37 mq/kq arasında azalmışdır. Torpaq məhlulunun reaksiyası zəif turşdur (pH 5,8-6,3) və profil boyu onun dəyişməsinin özünəməxsus xüsusiyyətləri vardır. Üst humuslu horizontda mühitin turşuluğu nisbətən azdır. Profilin orta hissəsində isə udulmuş hidrogen və aluminiumun nisbətən çox olması ilə əlaqədar olaraq mühitin reaksiyası daha turş olur (Cədvəl 1).

Göründüyü kimi eroziya prosesi torpaq fondunu azaltmaqla bərabər bitkilər tərəfindən mənimsənilən qida maddələrini, üzvi qalıqları və s. yuyub aparır.

Lənkəran vilayətinin cənub-şərq hissəsində, o cümlədən Lənkəran rayonunda eroziya prosesinin əmələ gəlməsinə və inkişafına təbii-tarixi amillərdən- relyef, iqlim, ərazinin geoloji-geomorfoloji quruluşu, torpaqəmələgətirən süxurların kimyəvi tərkibi, torpaq-bitki örtüyü, antropogen təzyiqin intesivliyi güclü təsir edir.

Tədqiqatlar göstərir ki, geoloji-geomorfoloji amillər coğrafi təbəqə üzərində baş verən bütün proseslərə və hadisələrə, o cümlədən eroziya relyef formalarının əmələ gəlməsində öz təsirini göstərir. Lənkəran vilayətinin düzən və dağətəyi (Lənkəran rayonu) əraziləri su eroziyasının təhlükəsi altında olan ərazidir. Ərazinin litoloji cəhətdən (düzən və dağətəyi) müxtəlif süxurlardan təşkil olunması, mütləq yüksəkliyin dəyişməsi və sair nəticəsində vilayətin təbii qurşaqlarında eroziyanın bütün növləri təsadüf olunur.

Cədvəl 1

Psevdopodzollaşmış sarı torpaqların əsas aqrokimyəvi tərkibi (mütləq quru torpaqda)

Kəsimlərin №-si	Genetik qatlar və dərinlik, sm-lə	Humus , %-lə	Azot				Fosfor		Kalium		pH-su məhlulunda
			Ümumi azot, %-lə	Udulmuş N/NH_3, mq/kq-la	Suda həll olan N/NH_3, mq/kq-la	N/NO_3 mq/kq-la	Ümumi, %-lə	Mütəhərrik, mq/kq-la	Ümumi, %-lə	Mübadilə olunan, mq/kq-la	
Eroziyaya uğramamış											
1	0-15	2,86	0,168	38,90	12,60	6,85	0,17	30,30	2,90	171,45	5,4
	15-35	1,84	0,112	24,50	10,40	5,60	0,13	28,00	2,70	148,35	5,5
	35-51	1,05	0,070	18,30	9,60	3,66	0,11	20,25	2,65	143,45	5,8
	51-72	0,88	0,056	13,90	6,30	2,85	0,08	12,08	2,50	140,06	6,0
	72-105	0,30	0,028	6,40	4,10	1,45	0,07	8,60	2,32	118,60	6,3
Orta dərəcədə eroziyaya uğramış											
2	0-10	1,62	0,124	28,02	8,40	4,60	0,10	18,62	1,92	97,08	5,9
	10-23	1,18	0,080	18,77	5,04	3,70	0,07	15,36	1,60	83,10	5,9
	23-43	0,96	0,050	9,55	4,50	2,10	0,05	8,15	1,35	78,25	6,0
	43-70	0,65	0,033	5,10	2,20	1,25	0,06	5,00	1,02	62,72	6,3

Eroziya prosesinin baş verməsi və onun arealının genişlənməsinin əsas səbəbi təbii proseslər- yamacın forması, baxarlığı və sair ilə yanaşı, insanların təbiətə qarşı son illər çox fəal təsirinin nəticəsidir. Burada eroziya prosesinin güclü getməsinin əsas səbəbləri yamaclarda meşələrin qırılaraq örüş və əkin sahələrinə çevrilməsi və eroziyaya qarşı aqrotexniki tədbirlər həyata keçirmədən yamacların şumlanmasıdır. Mal-qaranın sistemsiz, normadan çox və qeyri-fəsli otarılması yamaclarda cığırların əmələ gəlməsinə, torpaqların yuyulub dağılmasına və qorxulu sellərin baş verməsinə şərait yaradır.

Eroziyaya uğramış torpaqlar struktursuz olduğundan atmosfer suları tərəfindən asanca yuyulur, başqa sahələrə daşınaraq həmin ərazilərin də korlanmasına səbəb olur.

Məhz buna görə də eroziyaya qarşı kompleks mübarizə tədbirlərinin aparılması vacib məsələdir. Eroziya ilə mübarizə probleminin həllində hər şeydən əvvəl onun baş verməsinə səbəb olan amilləri aradan qaldırmaq lazımdır. Eroziyaya qarşı görülən bütün tədbirlər torpaq örtüyünü yuyulmadan, dağılmadan mühafizə etməklə onun münbitliyini yaxşılaşdırmağa yönəldilməlidir.

Nəticə

Təbii şəraitin mürəkkəbliyi, antropogen və ekzogen amillərin intensivliyi tədqiqat obyektimiz olan Lənkəran vilayətinin cənub-şərq hissəsinin düzən və dağətəyi ərazilərində yerləşən psevdopodzollaşmış sarı torpaqlarda eroziyanın inkişaf prosesinə müxtəlif cür təsir etdiyinin şahidi olduq. Ən çox eroziya prosesi dağ əkinçilik zonasında, yay otlaqlarında və kəndətrafı örüşlərdə müşahidə olunur. Kəndətrafı örüşlərdə və çəmənliklərdə heyvan sürülərinin sistemsiz və normadan artıq otarılması və onların hərəkəti zamanı bitki örtüyünün daha intensiv məhv edilməsi nəticəsində ilkin şırımların formalaşmasına gətirib çıxarmışdır. Bu, daha sonra şırımların yarğanlara çevrilməsinə, yamaclarda eroziyanın güclənməsinə səbəb olmuşdur.

Düzənlik sahələrdə eroziyanın baş verməsi suvarma ilə əlaqədardır ki, burada suvarmanın düzgün aparılmaması nəticəsində irriqasiya eroziyası baş vermişdir.

Torpaq kəsimlərindən aydın olur ki, tədqiqat sahəsində orta dərəcədə eroziyaya uğramış torpaqlarda eroziyaya uğramamış torpaqlarla müqayisədə torpaq profilinin qalınlığı qısalmış, torpaqların keyfiyyəti aşağı düşərək məhsuldarlığı azalmışdır.

Ədəbiyyat

1. Ağayev Ə.B. (1965). *Azərbaycan SSR-in Lerik rayonunda torpaq eroziyası və onunla mübarizə tədbirlərinin əsasları*. AMEA-nın Eroziya və Suvarma İnstitutunun elmi fondu. Bakı, 220 s. (Əlyazma)
2. Babayev X.Y., Həsənov Y.C., Əkbərova Ü.Z. (2013). *Lənkəran bölgəsində eroziya prosesinin formalaşması və inkişafında iqlim amillərinin rolu*. AMEA Torpaqşünaslıq və Aqrokimya jurnalı, Cild 21, № 3, Bakı, s.474-478
3. Babayev M.P., Həsənov V.H., Cəfərova Ç.M., Hüseynova S.M. (2011). *Azərbaycan torpaqlarının morfogenetik diaqnostikası, nomenklaturası və təsnifatı*. Bakı, "Elm", 448 s.
4. İbrahimov Ə.Ə. (1998). *Lənkəran-Astara təbii-iqtisadi zonasında torpaq eroziyası və onun qarşısının alınması yolları. "Azərbaycanda eroziyaya uğramış torpaqların səmərəli*

istifadəsi və kənd təsərrüfatı bitkilərinin suvarılması probleminin tədqiqi". Eroziya və Suvarma Elmi-İstehsalat Mərkəzinin əsərərinin tematik məcmuəsi. Bakı, s.26-31

5. Məmmədova S.Z. (2006). *Azərbaycanın Lənkəran vilayəti torpaqlarının ekoloji qiymətləndirilməsi və monitorinqi*. Bakı "Elm", 369 s.
6. Akbarova U.Z. (2021). Ways to increase productivity on the eroded lands in Lankaran. *Scientific Collection «InterConf»*, (42): with the Proceedings of the 1st International Scientific and Practical Conference «Theory and Practice of Science: Key Aspects» (February 19-20, 2021). Rome, Italy: Dana, 1127 p. ISBN 978-88-32012-34-7. *DOI 10.51582/interconf.19-20.02.2021.099*
7. Akbarova U.Z. (2021). Impact of erosion process on seasonal dynamics of the natural moisture in the irrigated gleyey-yellow soil. *Scientific Collection «InterConf»,* (48): with the Proceedings of the 8th International Scientific and Practical Conference «Challenges in Science of Nowadays». Washington, USA: EnDeavours Publisher, 2021. 1079 p. ISBN 979-1-293-10109-3
8. Akbarova U.Z. (2019). Microorganizm dynamics and an influence of the erosion process on them in pseudopodzolizated yellow soils. *ПОЧВОВЕДЕНИЕ И АГРОХИМИЯ*, № 2 (июнь), Алматы, с.86-91, ISSN 1999-740X
9. Akbarova U.Z., Abbasova U.I., Abdullayeva P.E. (2021). *Distribution area and creation causes of water erosion in Lankaran region. Евразийский союз ученых*. Серия: междисциплинарный. ТОМ 1 No8 (89) Санкт-Петербург.
DOI: 10.31618/ESU.2413-9335.2021.1.89.1444
10. Akbarova U.Z., Alileva A.H. (2022). Factors affecting the formation of water erosion in the Lankaran region. *Scientific Collection «InterConf»*, (111): with the Proceedings of the 1st International Scientific and Practical Conference «Innovative Development in the Global Science» Boston, USA: Independently Published, 518 p. ISBN 978-1-0747-2337-8
11. Babayev Kh.Y., Akbarova U.Z., Mammadova U.M. etc *Evaluation of fertility of gleysol-yellow soils of the Lankaran region of Azerbaijan according to morphological features on the basis of spectral methods*. Sciences of Europe, Praha, Czech Republic, ISSN 3162-2364**,** p.3-9. DOI: 10.5281/zenodo.7347263
12. Агаев Ш.Б. (1979). *Особенности развития эрозии почв юго-восточной части Ленкоранской области и основы мер борьбы с нею*. Автореф. Дисс. Канд с/х наук, Баку, с.22
13. Акперова У.З. (2014). Влияние процесса эрозии и результаты агрохимических показателей жёлтых подзольных земель *Ленкоранской области. Научный Журнал «Аграрная наука Азербайджана»*, Баку, №2, стр.181-182

14. Акперова У.З. (2015). *Ленкоранская область. Влияние процесса эрозии уменьшению питательных веществ в жёлтых землях*. Тбилиси, XIII том, №4, стр.51-55 (www.agrscience.ge)
15. Акперова У.З. (2014). *Причины уменьшения воплощения форм азотной кислоты в отращенных жёлтых землях*. Гянджа, №57, стр. 50-53
16. Акперова У.З. **(**2019). Причины уменьшения форм воплощения азотной кислоты в псевдоподзольных желтых землях. *The 2nd İnternational Scientific and Practical Conference - "The impact of climate change on spatial development of Earth's territories:implications and solutions"*, Ukraine, Kherson State Agrarian University, June 13-14, p.235
17. Соболев С.С. (1960). *Развитие эрозионных процессов на территории Европейское части СССР и борьба с ними.* Т.2.М.: изд-во АН СССР, стр. 46

SPEADING AREAL OF EROSION PROSES IN THE PSEUDOPODZOLİC YELLOW SOILS AND FACTORS THAT CAUSE IT

Akbarova Ulkar
Lankaran State University, Lankaran, Azerbaijan

The erosion prosess was studied in the available pseudopodzolic yellow soils in Lankaran, the spreading areal and factors that cause it were determined in this factor. It was defined that the soil cover was subjected to erosion prosess under an influence of natural and anthropogenic factors.
It was determined from our research that a quantity of humus and nutrient reduced 25-45% in the kinds eroded to their average degree in comparison with the their uneroded kinds, consequently agrophysical, agrochemical and biological characters of soils deteriorated.
Erosion in lowland areas is associated with irrigation. As a result, irrigation erosion is formed. It was determined that the zone slope, granulometric and structural composition, coverage percentage, not following the irrigation norms and rules caused formation and development of irrigation erosion.
Key words*:* Lankaran province, pseudopodzolic yellow soils, erosion prosess, humus

НА ПСЕВДОПОДЗОЛЬНЫХ ЖЁЛТЫХ ЗЕМЛЯХ РАСПРОСТРОНЕНИЕ АРЕАЛА ПРОЦЕССА ЭРОЗИИ И ПРИНЧИПЫ ЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Акперова Улкар
Лянкаранский государственный университет, Лянкярань, Азербайджан

В этой статье процессы эрозии, их ареалы распространения и причины их образования в Ленкоранском область выявлены и изучены. Стало известно, что покров земли в результате влияния естественных и антропогенских факторов подвергался процессу эрозии.
В результате проведённых нами исследований было определено, что на равнинах и подножиях гор в Ленкоранском область псевдоподзольные жёлтые земли, которые ещё не подвергались эрозии и

относительно тем, в которых в средней степени уже подвергались эрозии хумус и другие питательные вещества и 25-45% убавились и в результате агрофизические, агрохимические и биологические свойства земель ухудшались.

Эрозия в низинах связана с орошением. В результате, происходит ирригационная эрозия. Для предотвращения ирригационной эрозии необходима соблюдать нормы уклона местности, гранулометрики структуры состава почвы, процента покрытия покрова растений, применяемой оросительной нормы. Определены вышеперечисленные нормы и правила.

Ключевые слова*:* Лянкяранский область, псевдоподзольные жёлтые земли, процесс ерозии, хумус.

Daxil oldu: 02.06.2022; Çapa qəbul edildi: 14.11.2022; Çap edildi: 30.12.2022

ELMİ XƏBƏRLƏR | Riyaziyyat və təbiət elmləri seriyası, 2/2022, səh. 33-39

POMİDOR BİTKİSİNDƏ PAMBIQ SOVKASININ (*HELIOTHIS ARMIGERA* HBN.) BİOEKOLOJİ XÜSUSİYYƏTLƏRİ VƏ ONA QARŞI MÜBARİZƏDƏ BİOLOJİ PREPARATLARIN TƏTBİQİ

Məmmədov Zülfü
Lənkəran Dövlət Universiteti, Lənkəran, Azərbaycan
e-mail: xammolu57@mail.ru

Xülasə. 2011-2016-cı illərdə Quba-Xaçmaz iqtisadi rayonunda açıq şəraitdə becərilən pomidor sahələrində pambıq sovkasının (*Heliothis armigera* Hbn.) bioekoloji xüsusiyyətləri və ona qarşı mübarizədə bioloji preparatların səmərəliliyi öyrənilmişdir. Müəyyən edilmişdir ki, zərərverici tırtıllarının sayının 100 bitkidə 200-dək yüksəlməsi 1ha-da orta hesabla 5000-8000 kq məhsul itkisinə səbəb olur. Tədqiqat nəticəsində entomofaqların fəaliyyəti və xəstəliklər nəticəsində zərərverici populyasiyasının sayının 38,3% azalması aşkar edilmişdir. Həmcinin zərərverici yumurtalarının 10,5%-i steril olmuş və nəticədə entomoloji materialın ancaq 51,2%-i sağlam inkişaf edərək pup mərhələsinə keçmişdir.

Pambıq sovkasının ikinci nəslinin kiçik yaşlı tırtıllarına (1-2 yaş) qarşı bioloji insektisid preparatı olan Bitoksibatsillin (*Bacillus thuringiensis* var. *thuringiensis*) – 2 kq/ha məsarif normasında istifadə edilmiş və orta hesabla bioloji səmərəlilik 65% olmuşdur. Çiləmə vaxtını və təkrarlığını dəqiq müəyyənləşdirmək üçün cinsi feromonlu tələlərdən istifadə edilmişdir.

Beləliklə, mübarizə tədbirlərinin aparılması planlaşdırılarkən aqrosenozda zərərvericinin təbii ölümünə səbəb ola biləcək amilləri nəzərə alaraq istifadə ediləcək biomaterialın və ya kimyəvi preparatların miqdarının və təkrarlığının dəqiqləşdirilməsinin məqsədəuyğun olduğu müəyyən edilmişdir.

Açar sözlər: pomidor bitkisi, pambıq sovkası, imaqo, entomofaq, feromon, bitoksibatsillin.

Giriş

Ölkə əhalisinin ərzaq məhsulları ilə təminatında daxili istehsalın rolu ilbəil yüksəlir, idxal olunan kənd təsərrüfatı, o cümlədən ərzaq məhsullarının xüsusi çəkisi azalır, ixrac məhsullarının çeşidi və həcmi artır [1]. 2016-ci ildə Azərbaycandan 517 min ton pomidor ixrac edilmişdir[19].

Respublikanın şimal-şərq hissəsində yerləşən Quba-Xaçmaz iqtisadi rayonu, əsasən, açıq sahədə gec yetişən tərəvəz əkinçiliyi ilə ixtisaslaşmışdır. Uzun illər bu cür ixtisaslaşma aqrosenozlarda coxsaylı zərərvericilərin meydana gəlməsinə və formalaşmasına əlverişli şərait yaratmışdır. Zərərvericilər içərisində pulcuqqanadlılar dəstəsinin (Lepidoptera) nümayəndələri müxtəlif illərdə pamidor plantasiyalarını bəzən 100%-ə qədər yoluxdurmaqla 50-60% məhsul itkisinə səbəb olmuşlar [2,3].

Hal-hazırda qeyd olunan zərərin qarşısını almaq üçün zərərverici və xəstəliklərə qarşı insan sağlamlığı üçün kifayət qədər təhlükəli olan kimyəvi zəhərlərdən geniş çeşiddə istifadə edilir ki, nəticədə istehsal olunan məhsul ekoloji cəhətdən sanitar-gigiyenik tələblərə cavab vermir, ətraf aləm çirklənməyə məruz qalır.

Beləliklə, respublikada yaranmış arzuolunmaz vəziyyət Quba-Xaçmaz iqtisadi rayonunda pambıq sovkasının bioekoloji xüsusiyyətlərinin öyrənilməsi, bitkiyə vurduğu zərərin dəqiqləşdirilməsi, entomofaqlarının aşkar edilməsi və zərərverici sayının nizamlanmasında onların əhəmiyyətinin oyrənilməsini zəruri etmişdir.

Material və metodlar

Tədqiqat işləri 2011-2016-cı illərdə Azərbaycanın şimal-şərqində yerləşən Quba-Xaçmaz iqtisadi rayonunun pomidor plantasiyalarında yerinə yetirilmişdir. Stasionar sahə kimi seçilmiş pomidor sahələrindən zərərverici və entomofaqların müxtəlif inkişaf mərhələsinə (yumurta, sürfə, pup, imaqo) aid entomoloji material toplanmış və izləmək məqsədilə laboratoriyaya gətirilmişdir. Hər bir mərhələyə uyğun olaraq laboratoriyada mütəmadi qeydlər aparılmışdır.

Materialların toplanması və işlənməsi ümumi qəbul edilmiş üsullara əsaslanmışdır [15].

Çöl işləri zamanı pomidor aqrosenozunun fitosanitar vəziyyəti və pambıq sovkasının bioekoloji xüsusiyyətləri də öyrənilmişdir. Bu məqsədlə diaqonal istiqamətdə 1 hektar sahənin 20 müxtəlif yerində və hər nümunədə minimum 5 ədəd bitki tədqiq edilmişdir. Erkən yazdan başlayaraq əkin sahələrində zərərvericilərin ilk dəfə görünməsi və kütləvi uçuşu, eyni zamanda cütləşməsi, yumurta qoyması, yumurtadan sürfələrin çıxması və onların inkişafı üzərində müşahidələr aparılmışdır. Bu müşahidələr İ.Y.Polyakov və b. (1975) metodikası əsasında həyata keçirilmişdir [13]. Zərərvericinin hər nəslinin axırında bitkilərin zədələnmə dərəcəsi V.A.Çerkasovun (1986) metodikası ilə dəqiqləşdirilmişdir [17].

Nəticələr və onların müzakirəsi

Tərəvəz bitkiləri içərisində əkin sahəsinə görə kartofdan sonra ikinci yeri tutan pomidor bitkisinin zərərvericiləri, onların bioekoloji xüsusiyyətlərinin və entomofaqlarının öyrənilməsi və s. haqqında bəzi məlumatlar [2, 3,] istisna olmaqla yetərincə elmi-tədqiqat işləri aparılmamışdır.

Pomidorun ciddi zərərvericisi olan pambıq sovkası respublikamızda keçən əsrin əvvəllərindən [14] başlayaraq əsrin axırınadək [5, 8, 10, 12] əsasən, pambıq və qarğıdalı üzərində dərindən öyrənilmişdir.

Bu istiqamətdə pamidor bitkisi üzərində fundamental elmi-tədqiqat işləri keçən əsrin 70-90-cı illərində Orta Asiya, Ukryna və Rusiya Federasiyasında aparılmışdır [4, 6, 7, 9, 11, 14, 16].

Sadalananları nəzərə alaraq, 2011-2016-ci illərdə Quba-Xaçmaz iqtisadi rayonunun pomidor plantasiyalarında qorxulu zərərverici olan pambıq sovkasının (*Heliotis armigera* Hbn.) bioekoloji xüsusiyyətləri öyrənilmişdir.

Pambıq sovkası polifaq zərərverici olub *Malvaceae, Euphorbiaceae, Amaranthaceae, Poaceae, Solanaceae, Fabaceae, Convolvulaceae, Commelinaceae, Chenopodiaceae* və s. fəsiləyə mənsub olan 120-yə yaxın bitkiyə ziyan vurur. Bunlardan pomidor bitkisi (*Solanum lycopersicum* L.) zərərvericinin əsas qida bitkilərindən biri sayılır [18].

Müəyyən edilmişdir ki, zərərvericinin inkişafı üçün əlverişli şərait olduğu illərdə pomidor bitkisinin zərərverici ilə yoluxması 90%-ə çatır (cədvəl 1). Belə hallarda məhsulun 60%-ə qədəri itirilir [11]. Zərərvericinin tırtılı bitkinin bütün yerüstü hissələri ilə qidalanaraq cavan yarpaqlarla qidalanır və onu skletləşdirir, qönçə, çiçək və meyvələri zədələyir. Nəticədə qönçə və çiçəklər tökülür, məhsul əmtəəlik keyfiyyətini itirir.

Cədvəl 1

Pomidor bitkisində pambıq sovkasının (*Heliothis armigera* Hbn.) say dinamikası və zərərvermə dərəcəsi (2011-2012-ci illər)

Nəsil	Müşahidə vaxtı	Yumurtalar (ədəd)		Tırtılların sayı (ədəd)					Zədələnmiş bar orqanları (ədəd)				Zədələnmiş bitkilərin sayı (ədəd)
		Yumurtaların sayı	T.evanescens yoluxmuş	Steril	I-II yaşlı	III-IV yaşlı	V-VI yaşlı	Cəmi	Ölmüş tırtıllar	Qönçə	Meyvə	Cəmi	
II	28.07.12	135	8	14	60	23	7	90	8	65	20	85	30
	07.08.12	28	2	5	42	50	38	130	12	24	45	59	48
	14.08.12	9	-	-	27	45	64	136	18	10	68	78	61
III	02.09.12	18	-	4	4	1	-	4	-	-	-	-	-
	10.09.12	164	16	17	74	23	15	112	-	5	57	62	28
	20.09.12	102	3	8	82	65	52	199	14	13	134	147	90
	Cəmi:	456	29	48	289	207	176	671	52	117	324	431	257

Cədvəl 1-dən göründüyü kimi 2011-2012-ci illərdə pomidor plantasiyalarından yığılan 456 ədəd yumurtanın 29 ədədi (6,4%) *Trichogramma evanescens* ilə yoluxmuş və 48 ədədi (10.5) isə steril olmuşdur.

Quba-Xaçmaz iqtisadi rayonunda pambıq sovkası 3 nəsil verir. Ən çox zərər verən II və III nəsildir. II nəsil tırtılları əsasən çiçəkləri və yeni əmələ gələn meyvələri zədələyir. III nəsil tırtılları isə qönçə və çiçəklərə az, meyvələr isə deşib qidalanmaqla daha çox ziyan vururlar.

20.09.13-cü il tarixində aparılmış müşahidələr zamanı müəyyən edilmişdir ki, model bitkilər üzərində pambıq sovkasının bir tırtılı orta hesabla 4 meyvə 3 qönçəni zədələyir [2]. Əgər 100 bitki üzərində 10 tırtıl olarsa, bu zaman zədələnmiş bar orqanlarının sayı müvafiq olaraq 1ha-da 12000 və 9000-ə çatar. Zərərverici sayının bu cür artması orta hesabla 1470 kq məhsul itkisinə səbəb olur. Cədvəl 1-dən göründüyü II nəsildə orta hesabla 100 bitki üzərində 118 müxtəlif yaşlı tırtıllara rast gəlinmişdir. III nəsildə zərərvericinin sayı 199 fərdə yüksəlmişdir ki, bu zaman məhsul itkisi 1ha-da orta hesabla 5000-8000 kq olur.

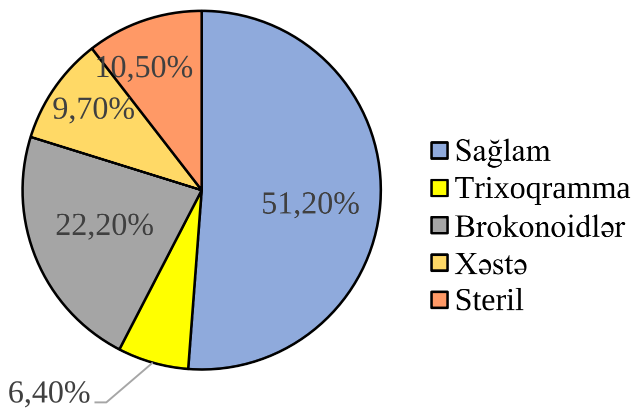
Cədvəl 2

Quba-Xaçmaz iqtisadi rayonundapambıq sovkasının
(*Heliotis armigera* Hbn.) fenoloji təqvimi

Nəsillər	Aylar																	
	may			iyun			Iyul			avqust			sentyabr			oktyabr		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
I	●	●	●															
		+	+	+	+													
				•	•	•												
				-	-	-	-											
						●	●	●	●									
II								+	+	+								
								•	•	•	•							
									-	-	-	-						
										●	●	●						
III												+	+	+	+			
												•	•	•	•			
													-	-	-	-		
															○	○	○	○

Qeyd: • – yumurta, - – tırtıl, ● – pup, + – yetkin fərd, ○ – diapauzaya gedən fərd

Qışlayan puplardan I nəsil kəpənəklərin uçuşunun uzanması nəticəsində sonrakı nəsillərin üst-üstə düşməsi vegetasiya dövründə zərərvericinin bitki üzərində fasiləsiz inkişafına səbəb olur (cədvəl 2). Dişi kəpənək pomidor bitkisinin yarpaq və vegetativ orqanlarına dağınıq şəkildə 1, bəzən 2-3 yumurta qoyur. Bir kəpənək orta hesabla 600-3000 yumurta qoymaq qabiliyyətinə malikdir.



Şəkil 1. Pomidor aqrosenozunda mühit amillərinin pambıq sovkasının (*Heliotis armigera* Hbn.) say dinamikasına təsiri (2011-2012)

Laboratoriya şəraitində aparılan müşahidələrin analizi şəkil 1-də verilmişdir. Şəkildən göründüyü kimi, 2011-2012-ci illərdə pomidor plantasiyasından toplanmış *H.armigera* yumurtalarının 6,4%-i trixoqramma paraziti ilə yoluxmuş, 10,5%-i steril olmuşdur. Tırtıllardan 22,2%-i brokonidlərlə sirayətlənmiş, 9,7%-i isə müxtəlif xəstəliklər nəticəsində məhv olmuşdur. Beləliklə, əldə edilmiş entomoloji materialdan cəmi 51,2%-i sağlam inkişaf edərək pup mərhələsinə keçmişdir.

Pambıq sovkasının ikinci nəslinin kiçik yaşlı tırtıllarına (1-2 yaş) qarşı bioloji insektisid preparatı (Bitoksibatsillin – 2 kq/ha məsarif normasında) istifadə edilmiş (2016-cı il) və bioloji səmərəlilik 65% olmuşdur. Bitoksibatsillin preparatının tərkibinin təsiredici əsasını *Bacillus thuringiensis* var. *thuringiensis* təşkil edir. Bu preparatın üstünlüyü sahədə məskunlaşan pambıq sovkası ilə yanaşı pulcuqqanadlılar dəstəsinə aid olan digər zərərvericilərə, həmçinin tor gənəciyi və digər həşəratlara qarşı toksiki təsir etməsidir. Bitkinin istənilən inkişaf fazasında istifadə edilir, digər bioloji və kimyəvi preparatlarla qarışdırmaq mümükündür. Təcrübə aparılan regionun iqlim şəraitindən asılı olaraq zərərvericinin inkişafının uzanmasını nəzərə alaraq bioloji preparatın təkrar çilənməsi həyata keçirilmişdir. Çiləmə vaxtını dəqiq müəyyənləşdirmək üçün cinsi feromonlu tələlərdən istifadə edilmişdir. Qeyd etmək lazımdır ki, nəzarət variantında biloji agentlərin fəaliyyəti ilə əlaqədar təbii ölüm nəticəsində zərərvericinin sayında 27% azalma müşahidə edilmişdir.

Pomidor plantasiyalarında pambıq sovkasına qarşı mübarizə tədbirləri aparılarkən yuxarıda əldə edilmiş nəticələrin nəzərə alınması məqsədəuyğundur. Belə ki, mübarizə tədbirlərinin aparılması planlaşdırılarkən zərərvericinin təbii ölümünü nəzərə alaraq işlədiləcək biomaterialın və kimyəvi preparatların miqdarı 35-40% az istifadə edilməlidir.

Nəticə

Aqroekosistemdə entomofaqların sayının nəzərə alınması və zərərvericiyə qarşı aparılacaq mübarizə tədbirlərinin vaxtını, miqdarını və təkrarlığını qabaqcadan təyin etmək üçün feromonlu tutuculardan istifadə, eyni zamanda mikrobioloji preparatların tətbiqi ekoloji cəhətdən təhlükəsiz kənd təsərrüfatı məhsullarının istehsalına zəmin yaradır.

Ədəbiyyat

1. *Azərbaycanda Ərzaq və Kənd Təsərrüfatı Bitki Genetik Ehtiyatlarinin (ƏKTBGE) vəziyyətinə dair 2-ci Ölkə Hesabatı*. (2006). Bakı.

2. Məmmədov, Z.M. (2013). *Pamidor bitkisində pambıq sovkasına (Heliothis armiqera Hbn.) qarşı bioloji mübarizə*. Azərbaycan Zooloqlar Cəmiyyətinin əsərləri. 5(2), 76-80.

3. Məmmədova S.R., Cabbarov S.F., Xəlilov E.A., Ağayev F.Ə., Hüseynov C.H., Ağayev C.T., Hüseynov K.Q., Əliyev T.M. (2009). *Bitki mühafizəsində istifadə olunması*

tövsiyə edilən pestisidlərin kataloqu.

4. Адашкевич Б.П., Рашидов М.И. (1990). *Хлопковая совка и ее ентомофаги на томатах в Узбекистане.* В.кн: Биологический метод борьбы с вредительями овощных культур. М. 133-143.

5. Алиев С.В. (1984). *Совки (Lepidoptera, Noctuidae) Азербайджана*. Баку, Элм, 227 с.

6. Боярский А.И. (1982). *Обоснование биологической защиты томатов от хлопковой совкой, Автореф*. дис..канд.биол.наук. Л, 20 с.

7. Бурда Т.А. (1990). *Борьба с хлопковой совкой на томатах*. Агро XXI, №7, 12.

8. Исмаилов М.Г. (1975а). *Из истории распространения хлопковой совки. Темат. сб. трудов АзНИИ защиты растений*. Т.4, 84-92.

9. Коваленков В.Г., Исмаилов В.Я., Тюрина Н.М. (1997). *Опыт интегрированной защиты томатов. Защита и карантин растений*. №11, 24-25.

10. Мамедов З.М. (1991). *Биолого-экологическое обоснование применения синтетического полового феромона в борьбе с хлопковой совкой на кукурузе в условиях Азербайджана*. Автореф. дис.. канд.биол.наук. Баку. 22 с.

11. Муминов А.М., Аскаралиев Х.А. (1981). *Борьба с совкой на томатах. Сельское хозяйство Узбекистана*. №11, 34.

12. Полоскина Ф.М. (1962). *Особенности развития и вредоносность хлопковой совки на кукурузе в Азербайджане*. Зап.ЛСХИ. Т. 87. 119-129.

13. Поляков И.Я., Полоскино Ф.М., Кузнецова М.С. (1975). *Методические указания по выявлению, прогнозу, развития хлопковой совки и сигнализации сроков борьбы. Москва «Колос»*. 33с.

14. Принц Я.И. (1924) *Хлопковые вредители в Закавказье*, Хлопковое дело, №1, М.

15. Фасулати К. К. (1976) *Полевое изучение наземных беспозвоночных*. М.: Высш. шк., 424 с.

16. Ходжаев Ш.Т., Рузметов П.А. (1993) *Вредоносность хлопковой совки на томатах Защита растений*, №2, 33-34.

17. Черкасов В.А. (1986). *Экономическая эффективность защиты растений. Кишинев*, 52.

18. http://ecoculture.biz/helicoverpa-armigera.html

19. https://report.az/iqtisadiyyat-xeberleri

БИОЭКОЛОГИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ХЛОПКОВОЙ СОВКИ (*HELIOTHISARMIGERA* HBN.) В ПОМИДОРЕ И ПРИМЕНЕНИЕ БИЛОГИЧЕСКОЙ ПРЕПАРАТОВ В БОРЬБЕ С НИМ

Зульфу Мамедов
Лянкаранский государственный университет, Лянкярань, Азербайджан

В 2011-2013-х годах, в Губа-Хачмазском экономическом районе на помидорных плантациях был изучены биоэкологические особенности хлопковой совки (*Heliothis armigera* Hbn.). Было определено, что увеличение числа вредных гусениц до 200 особей в 100 растениях, способствует потере 5000-8000 кг урожая в среднем. Исследование показало, что в результате заболеваний и активности энтомофагов, число популяции вредителей уменьшилось на 38,3%. При этом 10,5% яиц вредителей оказались стерильными, и перешли в стадию куколки. Против молодых гусениц второго поколения хлопковой совки применяли биологический инсектицидный препарат битоксибациллин (*Bakillus thrungiensis var. thrungiensis*) – 2 кг/га, средняя биологическая эффективность которой составила 65%. Для точного определения времени и частоты опрыскивания использовались ловушки с половым феромоном. Таким образом, при планировании мероприятий по борьбе с вредителями целесообразно уточнять количество и периодичность применения биоматериала или химических препаратов с учетом факторов, способных вызвать естественную их гибель в агроценозе.
Ключевые слова*:* помидор, хлопковая совка, imaqo, энтомофаг, феромон, битоксибатсиллин

BIOECOLOGICAL CHARACTERISTICS OF THE COTTON BOLLWORM (*HELIOTHIS ARMIGERA* HBN.) IN TOMATO AND APPLICATION OF BIOLOGICAL PREPARATIONS

Zulfu Mammadov
Lankaran State University, Lankaran, Azerbaijan

As a result of research, the bioecological features of cotton bollworm (Heliothis armigera Hbn.) was studied in tomato plantations in Quba-Khachmaz region during 2011/2013. Increase in the number of pest larvae to 200 on 100 plants has resultedon average loss of 5000-8000 kg yields per ha. As a result of this study, 38.3% reduction of the number of cotton bollwormpopulation due to entomophages and diseases have been revealed. 10.5% of eggs were sterile, then 51.2% of the entomological material developed healthy and passed to the pupal stage. Bitoxibacillin (*Bacillus thuringiensis* var. *thuringiensis*), a biological insecticide preparation, was used against the young caterpillars of the second generation of the cotton bollworm at the rate of 2 kg/ha, and the biological efficiency was 65%. Sex pheromone traps were used to accurately determine the time and frequency of spraying. Thus, by planning the control measures, it is appropriate to specify the quantity and frequency of the biomaterial or chemical preparations to be used, taking into account the factors that can cause the natural death of the pest in agrocenosis.
Key words*:* tomato plant, cotton bollworm, imaqo, entomophagous, feromon, bitoksibatsillin

Daxil oldu: 02.06.2022; Çapa qəbul edildi: 14.11.2022; Çap edildi: 30.12.2022

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ГРАНИЧНЫМ ФУНКЦИОНАЛОМ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА СО СПЕЦИАЛЬНЫМ ГРАДИЕНТЫМ СЛАГАЕМЫМ И С КОМПЛЕКСНЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ, ЗАВИСЯЩИМ ОТ ВРЕМЕНИ

Габиль Ягуб
Натиг Ибрагимов
Мерве Зенгин
Кафказский университет, Карс, Турция
Ленкоранский государственный университет, Лянкярань, Азербайджан
э-почта: gabilya@mail.ru
э-почта: natiq_ibrahimov@mail.ru
э-почта: merveezengin@gmail.com

Резюме. В данной работе рассматривается задача оптимального управления для линейного одномерного уравнения Шредингера со специальным градиентным слагаемым и с комплексным потенциалом, когда критерий качества является интегралом по границе области и роль управления играют измеримые ограниченные коэффициенты уравнения, то есть вещественные и мнимые части комплексного потенциала, зависящие только от временной переменной. При этом сначала доказываются теоремы существования и единственности решения рассматриваемой задачи оптимального управления. Далее в этой работе изучается вопрос небходимого условия для решения рассматриваемой задачи оптимального управления. С этой целью сперва изучается разрешимость сопряженной задачи к рассматриваемой задаче оптимального управления, то есть как краевой задачи с неоднородными краевыми условиями, с помощию которого доказывется формула для градиента рассматриваемого функционала. На основе полученной формулы устанавливается необходимое условие в виде вариационного неравенства.

Ключевые слова: уравнение Шредингера, задача оптимального управления, градиентное слагаемое, комплексный потенциал.

Введение

Задачи оптимального управления для линейного и нелинейного нестационарного уравнения Шредингера часто возникают в квантовой механике, ядерной физике, нелинейной оптике и в других областях современной физики и техники и изучение этих задач носит как теоретический, так и практический интересы [1-3]. Одной из таких задач является задачей движении заряженных частиц, в которой потенциал является неизвестным и подлежит определению. Известно, что если заряженная частица в постоянном однородном магнитном поле движется и направление магнитного поля выбрано вдоль оси z, тогда движение такой частицы происходит в плоскости $(x, y) \in E_2$ и это движение обычно описывается двумерным линейным уравнением Шредингера со специальным градиентным слагаемым (см. [1, с. 82]). Подобные задачи оптимального управления для линейного уравнения Шредингера со специальным градиентным слагаемым ранее изучены в работах [18, 34]. Отметим, что задачи задачи оптимального управления для линейного и нелинейного нестационарного уравнений Шредингера без специального градиентного слагаемого ранее подробно изучены в работах [7,8,9,10,16,20,22,23,26,30] и др. Однако задачи задачи оптимального управления для нестационарного уравнения Шредингера со специальным градиентным слагаемым и с интегральным критерием качества по границе области наиболее мало исследованы. Подобная задача оптимального управления для двумерного нелинейного нестационарного уравнения Шредингера со специальным градиентным слагаемым и с вещественнозначным потенциалом, когда потенциал играет роли управления и ищется в классе измеримых ограниченных функций и коэффициент в нелинейной части уравенения является чисто мнимым числом, исследованы в работах [27,28]. Наряду с этими следует отметить, что задача оптимального управления для трехмерного нелинейного нестационарного уравнения Шредингера со специальным градиентным слагаемым и с вещественнозначным потенциалом, когда потенциал, зависящий от обеих пространственной и временной переменных, играет роли управления и ищется в классе измеримых ограниченных функций и коэффициент в нелинейной части уравенения является комплексным числом, впервые исследована в работе [14]. Далее задача оптимального управления для трехмерного нелинейного нестационарного уравнения Шредингера со специальным градиентным слагаемым и с комплекснозначным потенциалом, зависящим от обеих пространственной и временной переменных, ранее исследована в работе [5], когда критерий качества является финальным. Задачи оптимального управления с интегральным критерием качества по границе области для линейного многомерного и нелинейного одномерного стационарного уравнения квазиоптики или нестационарного уравнения Шредингнра со специальным градиентным слагаемым, когда управления являются коэффициентами преломления и поглощения среды или вещественными и мнимыми частями комплексного потенциала и не зависят от пространственных переменных, зависят только от временной переменной в случае нестационарного уравнения Шредингера изучены, например, в работах [35,36]. Следует отметить, что во всех этих работах в задачах оптимального управления, от управляших функций потребовались дифференцируемость по временной переменной. Поэтому данная работа, посвященная изучению задачи оптимального управления для линейного нестационарного уравнения Шредингера со специальным градиентным слагаемым, когда управления являются вещественными и мнимыми частями комплексного потенциала и выбираются из класса измеримых ограниченных функций, зависящих только от временной переменной, а критерий качества является интегралом по границе области, представляет немалый научный интерес. Следует отметить, что подобная задача оптимального управления для многомерного линейного уравнения Шредингера со специльным градиентным слагаемым, когда управления зависят только от постранственных переменных, ранее изучена в работе [19].

2. Постановка задачи

Пусть $l>0$, $T>0$ - заданные числа, $0 \le x \le l$, $0 \le t \le T$, $\Omega_t \equiv (0,l)\times(0,t), \Omega = \Omega_T$; $C^k([0,T],B)$- банахово пространство функций, k-раз непрерывно дифференцируемых на отрезке $[0,T]$ со значениями в банаховом пространстве B; $L_p(0,l)$-лебегово пространство функций, суммируемых по модулю на промежутке $(0,l)$ со степенью $p \ge 1$; $L_2(0,T;B)$– банахово пространство функций, определенных и суммируемых по модулю с квадратом на отрезке $[0,T]$ со значениями в банаховом пространстве B; $L_\infty(0,T;B)$ – банахово пространство измеримых ограниченных на $(0,T)$ функций со значениями в банаховом пространстве B; Соболевы пространства $W_p^k(0,l), W_p^{k,m}(\Omega)$ $p \ge 1, k \ge 0, m \ge 0$, определены, например, в работах[11,12,29]. Ниже всюду положительные постоянные, не зависящие от оцениваемых величин, обозначим через $c_j, j = 0,1,2,...$ и комплексное сопряжение к функции обозначим чертой над функцией. Принадлежность комплексной функции к определенному пространству означает, что действительная и мнимая части этой функции принадлежат к этому пространству.

Рассмотрим следующую задачу оптимального управления о минимизации функционала:

$$J_\alpha(v) = \beta_0 \left\| \psi(0,.) - y_0 \right\|^2_{L_2(0,T)} + \beta_1 \left\| \psi(l,.) - y_1 \right\|^2_{L_2(0,T)} + \alpha \left\| v - \omega \right\|^2_H \tag{2.1}$$

на множестве:

$$V = \left\{ v = v(t) = (v_0(t), v_1(t)) : \ v_s \in L_2(0,T), |v_s(t)| \le b_s, s = 0,1, \overset{0}{\forall} t \in (0,T) \right\}$$

при условиях:

$$i\frac{\partial \psi}{\partial t} + a_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + i a_1(x,t)\frac{\partial \psi}{\partial x} - a(x)\psi + v_0(t)\psi + i v_1(t)\psi = f(x,t), (x,t) \in \Omega, \tag{2.2}$$

$$\psi(x,0) = \varphi(x), \ x \in (0,l), \tag{2.3}$$

$$\frac{\partial \psi(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial \psi(l,t)}{\partial x} = 0, t \in (0,T), \tag{2.4}$$

где $i = \sqrt{-1}$; $a_0 > 0, b_s > 0$, $s = 0,1$, $\alpha \ge 0, \beta_0 \ge 0, \beta_1 \ge 0, \beta_0 + \beta_1 \ne 0$- заданные числа; $a(x), a_1(x,t)$- измеримые ограниченные функции, удовлетворяющие условиям:

$$\mu_0 \le a(x) \le \mu_1, \left|\frac{da(x)}{dx}\right| \le \mu_2, \left|\frac{d^2a(x)}{dx^2}\right| \le \mu_3,\ \overset{0}{\forall} x \in (0,l),\ \mu_0,\mu_1,\mu_2,\mu_3 = const > 0; \qquad (2.5)$$

$$|a_1(x,t)| \le \mu_4, \left|\frac{\partial a_1(x,t)}{\partial x}\right| \le \mu_5, \left|\frac{\partial^2 a_1(x,t)}{\partial x^2}\right| \le \mu_6, \overset{0}{\forall}(x,t) \in \Omega,$$

$$a_1(0,t) = a_1(l,t) = 0, \mu_3,\mu_4,\mu_5,\mu_6 = const > 0; \qquad (2.6)$$

$\varphi(x), f(x,t), y_0(t), y_1(t)$- комплекснозначные функции, удовлетворяющие условиям:

$$\varphi \in W_2^2(0,l), \frac{d\varphi(0)}{dx} = \frac{d\varphi(l)}{dx} = 0\ ; \qquad (2.7)$$

$$f \in W_2^{2,0}(\Omega), \frac{\partial f(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial f(l,t)}{\partial x} = 0, t \in (0,T); \qquad (2.8)$$

$$y_0, y_1 \in L_2(0,T); \qquad (2.9$$

$\omega \in H$ - заданный элемент , $H \equiv L_2(0,T) \times L_2(0,T)$ и символ $\overset{0}{\forall}$ означает “ при почти всех”.

Задачу об определении функции $\psi = \psi(x,t) \equiv \psi(x,t;v)$ из условий (2.2)-(2.4) при каждом $v \in V$ будем называть редуцированной задачей. Ясно, что редуцированная задача является второй начально-краевой задач для линейного нестационарного уравнения Шредингера со специальным градиентным слагаемым.

Определене 2.1. При каждом $v \in V$ под решением редуцированной задачи (2.2)-(2.4) будем понимать функцию $\psi = \psi(x,t) \equiv \psi(x,t;v)$ из прстранства $W_2^{2,1}(\Omega)$, удовлетворяющую уравнению (2.2) для почти всех $(x,t) \in \Omega$, а начальному условию (2.3) для почти всех $x \in (0,l)$ и краевым условиям (2.4) для почти всех $t \in (0,T)$.

Редуцированные задачи, то есть начально-краевые задачи для линейного и нелинейного нестационарного уравнений без специального градиентного слагаемого ранее изучены, например, в работах [7,8,9,10,16,24,25] и др., а со специальным градиентным слагаемым, например, в работах [6,17,18,31,32,33,34,35,36] и др. Во всех этих работах от коэффициентов уравнения Шредингера потребовались дифференцируемость по временной переменной. Следует отметить, что начально-краевые задачи для нестационарного уравнения Шредингера без специального градиентного слагаемого, когда коэффициенты зависит только от временной переменной и являются измеримыми ограниченными функциями, ранее изучены в работе [10]. Вторая начально-краевая задачи для нестационарного уравнения Шредингера со специальным градиентным слагаемым, когда потенциал является комплекснозначной измеримой ограниченной функцией, зависящим только от временной переменной, изучена в работе [15] и доказано следующее утверждение.

Теорема 2.1. Пусть функции $a(x)$, $a_1(x,t)$, $\varphi(x)$, $f(x,t)$ удовлетворяют условиям (2.5)-(2.8). Тогда редуцированная задача (2.2)-(2.4) при каждом $v \in V$ имеет единственное решение из пространства $W_2^{2,1}(\Omega)$ и для этого решения справедлива оценка:

$$\|\psi\|^2_{W_2^{2,1}(\Omega)} \le c_0\left(\|\varphi\|^2_{W_2^2(0,l)} + \|f\|^2_{W_2^{2,0}(\Omega)}\right), \tag{2.10}$$

где $c_0 > 0$ не зависит от φ, f .

Из этой теоремы и теоремы вложения (см. [12, с. 98] следует, что функционал (2.1) имеет смысл в классе решений $W_2^{2,1}(\Omega)$.

3. Существование и единственность решения задачи оптимального управления

В этом параграфе будем изучить вопрос существования и единственности решения задачи оптимального управления (2.1)-(2.4). Поэтому сначала будем установить результат о существовании единственного решения этих задач.

Теорема 3.1. Пусть функции $a(x), a_1(x,t), \varphi(x), f(x,t), y_0(t), y_1(t)$ удовлетворяют условиям (2.5)-(2.9). Пусть, кроме того, $\omega \in H = L_2(0,T)\times L_2(0,T)$ - заданный элемент. Тогда существует плотное подмножество G пространства H такое, что для любого $\omega \in G$ при $\alpha > 0$ задача оптимального управления (2.1)-(2.4) имеет единственное решение.

Доказательство опирается на следующее утверждение из невыпуклой оптимизации, указанное в работе [21] в следующей формулировке: если функционал $I_0(v)$ полунепрерывен снизу и снизу ограничен на замкнутом ограниченном множестве U равномерно выпуклого пространства X, тогда существует всюду плотное подмножество G этого пространства, что для любого $\omega \in G$ и $\alpha > 0$ функционал $I_\alpha(v) = I_0(v) + \alpha\|v-\omega\|_X^2$ достигает наименьшее значение на единственном элементе множества U .

Сперва докажем непрерывность функционала $J_0(v)$ на множестве V . При принятых условиях функционал $J_0(v)$ примет вид:

$$J_0(v) = \beta_0\|\psi(0,.)-y_0\|^2_{L_2(0,T)} + \beta_1\|\psi(l,.)-y_1\|^2_{L_2(0,T)}. \tag{3.1}$$

Пусть $\delta v \in B = L_\infty(0,T)\times L_\infty(0,T)$- приращение любого элемента $v \in V$ такое, что $v+\delta v \in V$ и $\delta\psi = \delta\psi(x,t) \equiv \psi(x,t;v+\delta v) - \psi(x,t;v)$, где $\psi(x,t;v)$-решение редуцированной задачи (2.2)-(2.4) при $v \in V$. Из условий (2.2)-(2.4) следует, что функция $\delta\psi = \delta\psi(x,t)$ является решением следующей начально-краевой задачи:

$$i\frac{\partial \delta\psi}{\partial z} + a_0\frac{\partial^2 \delta\psi}{\partial x^2} + ia_1(x,t)\frac{\partial \delta\psi}{\partial x} - a(x)\delta\psi + (v_0(t)+\delta v_0(t))\delta\psi +$$

$$+i(v_1(t)+\delta v_1(t))\delta\psi = -\delta v_0(t)\psi(x,t) - i\delta v_1(t)\psi(x,t), (x,t)\in\Omega, \tag{3.2}$$

$$\delta\psi(x,0)=0, x\in(0,l), \frac{\partial \delta\psi(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial \delta\psi(l,t)}{\partial x} = 0, t\in(0,T), \tag{3.3}$$

где $\psi_\delta = \psi_\delta(x,t) \equiv \psi(x,t;v+\delta v)$-решение редуцированной задачи (2.2)-(2.4) при $v+\delta v \in V$, $\delta v \in B$.

Установим оценку для решения начально-краевой задачи (3.2), (3.3) . С этой целью обе части уравнения (3.2) умножим на функцию $\delta\overline{\psi}(x,t)$ и полученное равенство проинтегрируем по области Ω_t. Тогда, используя формулу интегрирования по частям и граничные условия из (3.3), получим равенство,

$$\int_{\Omega_t}\left(i\frac{\partial \delta\psi}{\partial t}\delta\overline{\psi} - a_0\left|\frac{\partial \delta\psi}{\partial x}\right|^2 + ia_1(x,\tau)\frac{\partial \delta\psi}{\partial x}\delta\overline{\psi} - a(x)|\delta\psi|^2 + \right.$$

$$\left. +(v_0(\tau)+\delta v_0(\tau))|\delta\psi|^2 + i(v_1(\tau)+\delta v_1(\tau))|\delta\psi|^2 = \right.$$

$$= -\int_{\Omega_t}\delta v_0(\tau)\psi\delta\overline{\psi}dxd\tau - i\int_{\Omega_t}\delta v_1(\tau)\psi\delta\overline{\psi}dxd\tau, \forall t\in[0,T] \ .$$

Из этого равенства вычитывая его комплексное сопряжение, имеем:

$$\int_{\Omega_t}\frac{\partial}{\partial t}|\delta\psi|^2 dxd\tau + \int_{\Omega_t}\left(a_1(x,\tau)\frac{\partial \delta\psi}{\partial x}\delta\overline{\psi} + a_1(x,\tau)\frac{\partial \delta\overline{\psi}}{\partial x}\delta\psi \right)dxd\tau =$$

$$= -2\int_{\Omega_t}(v_1(\tau)+\delta v_1(\tau))|\delta\psi|^2 dxd\tau - 2\int_{\Omega_t}\delta v_0(\tau)\operatorname{Im}(\psi\delta\overline{\psi})dxd\tau -$$

$$-2\int_{\Omega_t}\delta v_1(\tau)\operatorname{Re}(\psi\delta\overline{\psi})dxd\tau, \forall t\in[0,T].$$

Прибавляя к обеим частьям этого равенства слагаемое $\int_{\Omega_t}\frac{\partial a_1(x,\tau)}{\partial x}|\delta\psi|^2 dxd\tau$ получим справедливость равенства:

$$\int_{\Omega_t}\frac{\partial}{\partial t}|\delta\psi|^2 dxd\tau + \int_{\Omega_t}\frac{\partial}{\partial x}\left(a_1(x,\tau)|\delta\psi|^2\right)dxd\tau =$$

$$= -2\int_{\Omega_t}(v_1(\tau)+\delta v_1(\tau))|\delta\psi|^2 dxd\tau - 2\int_{\Omega_t}\delta v_0(\tau)\operatorname{Im}(\psi\delta\overline{\psi})dxd\tau -$$

$$-2\int_{\Omega_t}\delta v_1(\tau)\operatorname{Re}(\psi\delta\bar{\psi})dxd\tau+\int_{\Omega_t}\frac{\partial a_1(x,\tau)}{\partial x}|\delta\psi|^2dxd\tau,\forall t\in[0,T].$$

Второе слагаемое левой части этого равенства в силу граничных условий для $a_1(x,t)$ равняется к нулю. В этом случае преобразуя первое слагаемое и используя начальное условие из (3.3) получим справедливость равенства:

$$\int_0^l|\delta\psi(x,t)|^2dx=-2\int_{\Omega_t}(v_1(x)+\delta v_1(x))|\delta\psi|^2dxd\tau-$$

$$-2\int_{\Omega_t}\delta v_0(\tau)\operatorname{Im}(\psi\delta\bar{\psi})dxd\tau-2\int_{\Omega_t}\delta v_1(\tau)\operatorname{Re}(\psi\delta\bar{\psi})dxd\tau+$$

$$+\int_{\Omega_t}\frac{\partial a_1(x,\tau)}{\partial x}|\delta\psi|^2dxd\tau,\forall t\in[0,T].$$

Из этого равенства нетрудно установить следующее неравенство:

$$\int_0^l|\delta\psi(x,t)|^2dx\le 2b_1\int_{\Omega_t}|\delta\psi|^2dxd\tau+2\int_{\Omega_t}|\delta v_0(\tau)||\psi||\delta\psi|dxd\tau+$$

$$+2\int_{\Omega_t}|\delta v_1(\tau)||\psi||\delta\psi|dxd\tau+\int_{\Omega_t}\left|\frac{\partial a_1(x,\tau)}{\partial x}\right||\delta\psi|^2dxd\tau,\forall t\in[0,T].$$

В этом неравенстве используя условие для функции $a_1(x,t)$ получим следующее неравенство:

$$\int_0^l|\delta\psi(x,t)|^2dx\le(2b_1+\mu_5)\int_{\Omega_t}|\delta\psi|^2dxd\tau+$$

$$+2\int_{\Omega_t}|\delta v_0(\tau)||\psi||\delta\psi|dxd\tau+2\int_{\Omega_t}|\delta v_1(\tau)||\psi||\delta\psi|dxd\tau,\forall t\in[0,T].$$

Применяя неравенство Коши-Буняковского в правой части этого неравенства имеем:

$$\int_0^l|\delta\psi(x,t)|^2dx\le\le(2b_1+\mu_5+2)\int_{\Omega_t}|\delta\psi|^2dxd\tau+\int_{\Omega_t}|\delta v_0(\tau)|^2|\psi|^2dxd\tau+$$

$$+\int_{\Omega_t}|\delta v_1(\tau)|^2|\psi|^2dxd\tau,\forall t\in[0,T].$$

Отсюда в силу оценки (2.10) получим справедливость неравенства:

$$\|\delta\psi(.,t)\|^2_{L_2(0,l)}\le(2b_1+\mu_5+2)\int_0^t\|\delta\psi(.,\tau)\|^2_{L_2(0,l)}d\tau+$$

$$+c_1\left(\|\delta v_0\|^2_{L_\infty(0,T)}+\|\delta v_1\|^2_{L_\infty(0,T)}\right),\forall t\in[0,T].\tag{3.4}$$

Применяя в этом неравенстве лемму Гроноулла получим справедливость оценки:

$$\|\delta\psi(.,t)\|^2_{L_2(0,l)}\le c_2\left(\|\delta v_0\|^2_{L_\infty(0,T)}+\|\delta v_1\|^2_{L_\infty(0,T)}\right),\forall t\in[0,T].\tag{3.5}$$

Теперь оценим $\dfrac{\partial\delta\psi}{\partial x}$. С этой целью обе части уравнения (3.2) на функцию $L\delta\overline{\psi}=-a_0\dfrac{\partial^2\delta\overline{\psi}}{\partial x^2}+a(x)\delta\overline{\psi}$ и проинтегрируемпо области Ω_t. Тогда имеем:

$$\int_{\Omega_t}\Big(i\frac{\partial\delta\psi}{\partial z}L\delta\overline{\psi}-|L\delta\psi|^2+ia_1(x,\tau)\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}L\delta\overline{\psi}+$$
$$+\big(v_0(\tau)+\delta v_0(\tau)\big)\delta\psi L\delta\overline{\psi}+i\big(v_1(\tau)+\delta v_1(\tau)\big)\delta\psi\, L\delta\overline{\psi}\Big)dxd\tau=$$
$$=-\int_{\Omega_t}\delta v_0(\tau)\psi L\delta\overline{\psi}dxd\tau-i\int_{\Omega_t}\delta v_1(\tau)\psi L\delta\overline{\psi}dxd\tau,\forall t\in[0,T].$$

Используя формулу для $L\delta\overline{\psi}$ и формулу интегрирования по частям имеем:

$$\int_{\Omega_t}i\frac{\partial\delta\psi}{\partial t}L\delta\overline{\psi}dxd\tau-\int_{\Omega_t}|L\delta\psi|^2dxd\tau-i\int_{\Omega_t}a_1(x,\tau)a_0\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\frac{\partial^2\delta\overline{\psi}}{\partial x^2}dxd\tau+$$
$$+i\int_{\Omega_t}a_1(x,\tau)a(x)\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\delta\overline{\psi}dxd\tau+\int_{\Omega_t}a_0\big(v_0(\tau)+\delta v_0(\tau)\big)\left|\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right|^2dxd\tau+$$
$$+i\int_{\Omega_t}a_0\big(v_1(\tau)+\delta v_1(\tau)\big)\left|\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right|^2dxd\tau+$$
$$+\int_{\Omega_t}\big(v_0(\tau)+\delta v_0(\tau)\big)a(x)|\delta\psi|^2dxd\tau+i\int_{\Omega_t}\big(v_1(\tau)+\delta v_1(\tau)\big)a(x)|\delta\psi|^2dxd\tau=$$
$$=-\int_{\Omega_t}\delta v_0(\tau)a_0\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial x}dxd\tau-i\int_{\Omega_t}\delta v_1(\tau)a_0\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial x}dxd\tau-$$
$$-\int_{\Omega_t}a(x)\delta v_0(\tau)\psi\delta\overline{\psi}dxd\tau-i\int_{\Omega_t}a(x)\delta v_1(\tau)\psi\delta\overline{\psi}dxd\tau,\forall t\in[0,T].\qquad(3.6)$$

Вычитывая из этого равенства его комплексное сопряжение получим справедливость равенства:

$$\int_{\Omega_t}i\left(\frac{\partial\delta\psi}{\partial t}L\delta\overline{\psi}+\frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial t}L\delta\psi\right)dxd\tau-i\int_{\Omega_t}a_0a_1(x,\tau)\left(\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\frac{\partial^2\delta\overline{\psi}}{\partial x^2}+\frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial x}\frac{\partial^2\delta\psi}{\partial x^2}\right)dxd\tau+$$
$$+i\int_{\Omega_t}a_1(x,\tau)a(x)\left(\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\delta\overline{\psi}+\frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial x}\delta\psi\right)dxd\tau+$$
$$+2i\int_{\Omega_t}a_0\big(v_1(\tau)+\delta v_1(\tau)\big)\left|\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right|^2dxd\tau+2i\int_{\Omega_t}\big(v_1(\tau)+\delta v_1(\tau)\big)a(x)|\delta\psi|^2dxd\tau=$$
$$=-2i\int_{\Omega_t}a_0\delta v_0(\tau)\operatorname{Im}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial x}\right)dxd\tau-2i\int_{\Omega_t}a_0\delta v_1(\tau)\operatorname{Re}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial x}\right)dxd\tau-$$
$$-2i\int_{\Omega_t}a(x)\delta v_0(\tau)\operatorname{Im}(\psi\delta\overline{\psi})dxd\tau-2i\int_{\Omega_t}a(x)\delta v_1(\tau)\operatorname{Re}(\psi\delta\overline{\psi})dxd\tau,\forall t\in[0,T].\qquad(3.7)$$

Первое слагаемое левой части этого равенства можем преобразовать следующим образом:

$$\int_{\Omega_t}\left(\frac{\partial\delta\psi}{\partial t}L\delta\overline{\psi}+\frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial t}L\delta\psi\right)dxd\tau=$$

$$=\int_{\Omega_t}\frac{\partial}{\partial t}\left(a_0\left|\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right|^2\right)dxd\tau+\int_{\Omega_t}\frac{\partial}{\partial t}\left(a(x)|\delta\psi|^2\right)dxd\tau,\forall t\in[0,T].$$

Здесь учитывая начальное условие из (3.3) и условие, что $\dfrac{\partial\delta\psi(x,0)}{\partial x}=0,\overset{0}{\forall}x\in(0,l)$ получим следующее равенство:

$$\int_{\Omega_t}\left(\frac{\partial\delta\psi}{\partial t}L\delta\overline{\psi}+\frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial t}L\delta\psi\right)dxd\tau=$$

$$=\int_0^l a_0\left|\frac{\partial\delta\psi(x,t)}{\partial x}\right|^2dx+\int_0^l a(x)|\delta\psi(x,t)|^2dx,\forall t\in[0,T].\qquad(3.8)$$

С другой стороны второе слагаемое левой части равенства (3.7) можем написать в виде:

$$i\int_{\Omega_t}a_1(x,\tau)a_0\left(\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\frac{\partial^2\delta\overline{\psi}}{\partial x^2}+\frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial x}\frac{\partial^2\delta\psi}{\partial x^2}\right)dxd\tau=i\int_{\Omega_t}a_0\frac{\partial}{\partial x}\left(a_1(x,\tau)\left|\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right|^2\right)dxd\tau-$$

$$-i\int_{\Omega_t}a_0\frac{\partial a_1(x,\tau)}{\partial x}\left|\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right|^2dxd\tau,\forall t\in[0,T].\qquad(3.9)$$

Учитывая это равенство и равенство (3.8) в левой части равенства (3.7), имеем:

$$\int_0^l a_0\left|\frac{\partial\delta\psi(x,t)}{\partial x}\right|^2dx+\int_0^l a(x)|\delta\psi(x,t)|^2dx-$$

$$-\int_{\Omega_t}a_0\frac{\partial}{\partial x}\left(a_1(x,\tau)\left|\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right|^2\right)dxd\tau-\int_{\Omega_t}a_0\frac{\partial a_1(x,\tau)}{\partial x}\left|\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right|^2dxd\tau+$$

$$+2\int_{\Omega_t}a_1(x,\tau)a(x)\operatorname{Re}\left(\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\delta\overline{\psi}\right)dxd\tau+$$

$$+2\int_{\Omega}a_0\left(v_1(\tau)+\delta v_1(\tau)\right)\left|\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right|^2dxd\tau+2\int_{\Omega_t}\left(v_1(\tau)+\delta v_1(\tau)\right)a(x)|\delta\psi|^2dxd\tau+$$

$$=-2\int_{\Omega_t}a_0\delta v_0(\tau)\operatorname{Im}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial x}\right)dxd\tau-2\int_{\Omega_t}a_0\delta v_1(\tau)\operatorname{Re}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial x}\right)dxd\tau-$$

$$-2\int_{\Omega_t}a(x)\delta v_0(\tau)\operatorname{Im}(\psi\delta\overline{\psi})dxd\tau-2\int_{\Omega_t}a(x)\delta v_1(\tau)\operatorname{Re}(\psi\delta\overline{\psi})dxd\tau,\forall t\in[0,T].\qquad(3.10)$$

Ясно, что третье слагаемое левой части этого равенства в силу граничных условий из (3.3) равняется нулю. Поэтому из этого равенства с учетом условия на коэффициенты уравнения нетрудно установить справедливость неравенства:

$$a_0\int_0^l\left|\frac{\partial\delta\psi(x,t)}{\partial x}\right|^2 dx+\mu_0\int_0^l\left|\delta\psi(x,t)\right|^2 dx\le\left(\mu_5 a_0+2a_0 b_1\right)\int_{\Omega_t}\left|\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right|^2 dxd\tau+$$

$$+2\mu_4\mu_1\int_{\Omega_t}\left|\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right|\left|\delta\psi\right|dxd\tau+2\mu_1 b_1\int_{\Omega_t}\left|\delta\psi\right|^2 dxd\tau+$$

$$+2a_0\int_{\Omega_t}\left|\delta v_0(\tau)\right|\left|\frac{\partial\psi}{\partial x}\right|\left|\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right|dxd\tau+2a_0\int_{\Omega_t}\left|\delta v_1(\tau)\right|\left|\frac{\partial\psi}{\partial x}\right|\left|\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right|dxd\tau+$$

$$+2\mu_1\int_{\Omega_t}\left|\delta v_0(\tau)\right|\left|\psi\right|\left|\delta\psi\right|dxd\tau+2\mu_1\int_{\Omega_t}\left|\delta v_1(\tau)\right|\left|\psi\right|\left|\delta\psi\right|dxd\tau,\forall t\in[0,T]. \qquad (3.11)$$

В силу оценок (2.10) и (3.5) из неравенства (3.11) с применением неравенства Коши-Буняковского получим справедливость следующего неравенства

$$\left\|\frac{\partial\delta\psi(.,t)}{\partial x}\right\|^2_{L_2(0,l)}\le c_3\left(\left\|\delta v_0\right\|^2_{L_\infty(0,T)}+\left\|\delta v_1\right\|^2_{L_\infty(0,T)}\right)+c_4\int_0^t\left\|\frac{\partial\delta\psi(.,\tau)}{\partial x}\right\|^2_{L_2(0,l)}d\tau,\forall t\in[0,T].$$

Из этого неравенства с применением неравенство Гронуолла имеем:

$$\left\|\frac{\partial\delta\psi(.,t)}{\partial x}\right\|^2_{L_2(0,l)}\le c_5\left(\left\|\delta v_0\right\|^2_{L_\infty(0,T)}+\left\|\delta v_1\right\|^2_{L_\infty(0,T)}\right),\ \forall t\in[0,T]. \qquad (3.12)$$

Используя эту оценку и оценку (3.5) установим справедливость оценки:

$$\left\|\delta\psi(.,t)\right\|^2_{L_2(0,l)}+\left\|\frac{\partial\delta\psi(.,t)}{\partial x}\right\|^2_{L_2(0,l)}\le c_6\left\|\delta v\right\|^2_B,\forall t\in[0,T]. \qquad (3.13)$$

Интегрируя обе части этого неравенства по $t\in[0,T]$ имеем:

$$\left\|\delta\psi\right\|^2_{W_2^{1,0}(\Omega)}\le c_7\left\|\delta v\right\|^2_B. \qquad (3.14)$$

С помощью теоремы о следах (см. [13], стр. 170) получим справедливость оценки:

$$\left\|\delta\psi(0,.)\right\|^2_{L_2(0,T)}+\left\|\delta\psi(l,.)\right\|^2_{L_2(0,T)}\le c_8\left\|\delta v\right\|^2_B. \qquad (3.15)$$

Здесь постоянные $c_5>0,c_6>0,c_7>0,c_8>0$ не зависят от δv.

Теперь рассмотрим приращение функционала $J_0(v)$ на любом элементе $v\in V$. С помощью формулы (3.1) имеем:

$$\delta J_0(v)=J_0(v+\delta v)-J_0(v)=2\beta_0\int_0^T\mathrm{Re}\left[\left(\psi(0,t)-y_0(t)\right)\delta\overline{\psi}(0,t)\right]dt+$$

$$+2\beta_1\int_0^T\mathrm{Re}\left[\left(\psi(l,t)-y_1(t)\right)\delta\overline{\psi}(l,t)\right]dt+\beta_0\left\|\delta\psi(0,.)\right\|^2_{L_2(0,T)}+\beta_1\left\|\delta\psi(l,.)\right\|^2_{L_2(0,T)}. \qquad (3.16)$$

Используя оценку (2.10) нетрудно установить справедливость оценки:

$$\left\|\psi(0,.)\right\|^2_{L_2(0,T)}+\left\|\psi(l,.)\right\|^2_{L_2(0,T)}\le c_9\left(\left\|\varphi\right\|^2_{W_2^2(0,l)}+\left\|f\right\|^2_{W_2^{2,0}(\Omega)}\right). \qquad (3.17)$$

Из формулы (3.16) применяя неравенство Коши-Буняковского и используя оценки (3.15), (3.17) получим справедливость неравенства:

$$\left|\delta J_0(v)\right| \le c_{10}\left(\|\delta v\|_B + \|\delta v\|_B^2\right), \forall v \in V. \tag{3.18}$$

Из этого неравенства следует непрерывность функционала $J_0(v)$ на множестве V. Множество V является замкнутым ограниченным и выпуклым множеством пространства $B = L_\infty(0,T) \times L_\infty(0,T)$. Нетрудно доказать, что оно является замкнутым ограниченным и выпуклым множеством равномерного выпуклого пространства $H = L_2(0,T) \times L_2(0,T)$[4]. Тогда в силу сформулированного выше утверждения невыпуклой оптимизаци из работы [21] существует плотное подмножество G из пространства H такое, что при любом $\omega \in G$ и при любом $\alpha > 0$ задача оптимального управления (2.1)-(2.4) имеет единственное решение. Теорема 3.1 доказана.

Теорема 3.2. Пусть выполнены условия теоремы 3.1. Тогда при любом $\alpha \ge 0$ и любом $\omega \in H$ задача оптимального управления (2.1)-(2.4) имеет хотя бы одно решение.

Доказательство. Возьмем любую минимизирующую последовательность $\{v^k\} \subset V$: $\lim\limits_{k\to\infty} J_\alpha(v^k) = J_{\alpha^*} = \inf\limits_{v\in V} J_\alpha(v)$.Положим $\psi_k = \psi_k(x,t) \equiv \psi(x,t;v^k)$, $k = 1,2,\ldots$. В силу теоремы 3.1 при каждом $v^k \in V$ редуцированная задача (2.2)-(2.4) имеет единственное решение $\psi_k(x,z)$ из пространства B_1 и для этого решения верна оценка:

$$\|\psi_k\|^2_{W_2^{2,1}(\Omega)} \le c_0\left(\|\varphi\|^2_{W_2^2(0,l)} + \|f\|^2_{W_2^{2,0}(\Omega)}\right), k = 1,2,\ldots, \tag{3.19}$$

где правая часть оценки не зависит от k.

Поскольку множество V есть ограниченное множество банахова пространства $B = L_\infty(0,T) \times L_\infty(0,T)$, то из последовательности $\{v^k\} \subset V$ можно извлечь такую подпоследовательность $\{v^{k_p}\}$, которую для простоты изложения снова обозначим через $\{v^k\}$, что

$$v_s^k \to v_s, s = 0,1 \text{ (*) слабо в } L_\infty(0,T), \tag{3.20}$$

при $k \to \infty$. Кроме того, V является замкнутым выпуклым множеством из B. Поэтому V есть (*) слабо замкнутое множество, то есть $v \in V$.

Из оценки (3.19) следует, что последовательность $\{\psi_k(x,t)\}$ равномерно ограничена в норме пространства $W_2^{2,1}(\Omega)$. Тогда из этой последовательности можно извлечь такую подпоследовательность $\{\psi_{k_p}(x,t)\}$,которую для простоты изложения снова обозначим через $\{\psi_k(x,t)\}$, что

$$\psi_k \to \psi \text{ слабо в } L_2(\Omega); \tag{3.21}$$

$$\frac{\partial \psi_k}{\partial x} \to \frac{\partial \psi}{\partial x} \text{ слабо в } L_2(\Omega); \tag{3.22}$$

$$\frac{\partial^2 \psi_k}{\partial x^2} \to \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \text{ слабо в } L_2(\Omega); \tag{3.23}$$

$$\frac{\partial \psi_k}{\partial t} \to \frac{\partial \psi}{\partial t} \text{ слабо в } L_2(\Omega) \tag{3.24}$$

при $k \to \infty$.

Ясно, что каждый элемент $\{\psi_k(x,t)\}$ из $W_2^{2,1}(\Omega)$ удовлетворяет интегралному тождеству:

$$\int_\Omega \left(i\frac{\partial \psi_k}{\partial t} + a_0 \frac{\partial^2 \psi_k}{\partial x^2} + ia_1(x,t)\frac{\partial \psi_k}{\partial x} - a(x)\psi_k + v_0^k(t)\psi_k + iv_1^k(t)\psi_k - f(x,t) \right)\bar{\eta}(x,t)\,dxdt = 0,$$

$$k = 1,2,... \tag{3.25}$$

для любой функции $\eta = \eta(x,t)$ из $L_2(\Omega)$, начальному условию:

$$\psi_k(x,0) = \varphi(x), \ \overset{0}{\forall} x \in (0,l), k = 1,2,... \tag{3.26}$$

и краевоым условиям:

$$\frac{\partial \psi_k(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial \psi_k(l,t)}{\partial x} = 0, \overset{0}{\forall} t \in (0,T), k = 1,2,.... \tag{3.27}$$

В силу компактности вложения пространства $W_2^{2,1}(\Omega)$ в $L_2(\Omega)$ и силу предельных соотношений (3.21)-(3.24) имеем:

$$\|\psi_k - \psi\|_{L_2(\Omega)} \to 0 , \tag{3.28}$$

при $k \to \infty$. Используя это и предельное соотношение (3.20) можем установить справедливость соотношений:

$$\int_\Omega v_s^k(t)\psi_k(x,t)\bar{\eta}(x,t)\,dxdt \to \int_\Omega v_s(t)\psi(x,t)\bar{\eta}(x,t)\,dxdt, s = 0,1, \tag{3.29}$$

для любой а функции $\eta \in L_2(\Omega)$ при $k \to \infty$. Действительно, можем написать следующие равенства:

$$\int_\Omega v_s^k(t)\psi_k(x,t)\bar{\eta}(x,t)\,dxdt = \int_\Omega v_s^k(t)\left(\psi_k(x,t) - \psi(x,t)\right)\bar{\eta}(x,t)\,dxdt +$$

$$+\int_\Omega \left(v_s^k(t) - v_s(t)\right)\psi(x,t)\bar{\eta}(x,t)\,dxdt + \int_\Omega v_s(t)\psi(x,t)\bar{\eta}(x,t)\,dxdt, s = 0,1. \tag{3.30}$$

Сначала рассмотрим первое слагаемое правой части этого равенства:

$$\left| \int_\Omega v_s^k(t)\left(\psi_k(x,t) - \psi(x,t)\right)\bar{\eta}(x,t)\,dxdt \right| \le \int_\Omega \left|v_s^k(t)\right| \left|\psi_k(x,t) - \psi(x,t)\right| \left|\eta(x,t)\right| dxdt \le$$

$$\le \|v_s^k\|_{L_\infty(0,T)} \|\eta\|_{L_2(\Omega)} \|\psi_k - \psi\|_{L_2(\Omega)} \le b_s \|\eta\|_{L_2(\Omega)} \|\psi_k - \psi\|_{L_2(\Omega)}, s = 0,1, \forall \eta \in L_2(\Omega). \tag{3.31}$$

С учетом предельного соотношения (3.28) если переходить к пределу в обоих частьях этих неравенств при $k \to \infty$ получим справедливость предельных соотношений:

$$\int_{\Omega} v_s^k(t)\left(\psi_k(x,t)-\psi(x,t)\right)\overline{\eta}(x,t)\,dxdt \to 0, s=0,1, \forall \eta \in L_2(\Omega). \qquad (3.32)$$

Теперь рассмотрим второе слагаемое правой части равенства (3.30). Ясно, что функция $g(t)=\int_0^l \psi(x,t)\overline{\eta}(x,t)dx$ принадлежит пространству $L_1(0,T)$. Действительно, из условий $\psi \in L_2(\Omega), \eta \in L_2(\Omega)$ и неравенства Коши-Буняковского получим:

$$\|g\|_{L_1(0,T)}=\int_0^T |g(t)|dt=\int_0^T\left|\int_0^l \psi(x,t)\overline{\eta}(x,t)dx\right|dt \le \int_0^T\int_0^l |\psi(x,t)\overline{\eta}(x,t)|dxdt \le$$

$$\le \|\psi\|_{L_2(\Omega)}\|\eta\|_{L_2(\Omega)} < +\infty.$$

С учетом этого и предельных соотношений (3.20) нетрудно получить справедливость следующих предельных соотношений:

$$\int_{\Omega}\left(v_s^k(t)-v_s(t)\right)\psi(x,t)\overline{\eta}(x,t)\,dxdt \to 0, s=0,1, \forall \eta \in L_2(\Omega) \text{ при } k\to\infty . \qquad (3.33)$$

Таким образом, используя предельные соотношения (3.32), (3.33) если переходить к пределу в обеих частьях равенств (3.30), то оттуда получим справедливость предельных соотношений (3.29). Тогда, используя предельные соотношения (3.21)-(3.24), (3.29), если переходить к пределу в интегральном тождестве (3.25), то при $k \to \infty$ получим справедливость следующего интегрального тождества:

$$\int_{\Omega}\left(i\frac{\partial\psi}{\partial t}+a_0\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+ia_1(x,t)\frac{\partial\psi}{\partial x}-a(x)\psi+v_0(t)\psi+iv_1(t)\psi-f(x,t)\right)\overline{\eta}(x,t)\,dxdt=0 \qquad (3.34)$$

для любой функции $\eta=\eta(x,t)$ из $L_2(\Omega)$. Отсюда следует, что предельная функция $\psi(x,t)$ для почти всех $(x,t)\in\Omega$ удовлетворяет уравнению (2.2).

В силу компактного вложения пространства $W_2^{2,1}(\Omega)$ в пространство $C^0([0,T],L_2(0,l))$ можем написать следующее прдельное соотношение:

$$\|\psi_k(.,t)-\psi(.,t)\|_{L_2(0,l)} \to 0 \qquad (3.35)$$

равномерно относительно $t\in[0,T]$ при $k\to\infty$.

Удовлетворение начального условия следует из предельного соотношения (3.35) при $t=0$, начального условия (3.26) и из следующего неравенства:

$$\|\psi(\cdot,0)-\varphi\|_{L_2(0,l)} \le \|\psi(\cdot,0)-\psi_k(\cdot,0)\|_{L_2(0,l)}+\|\psi_k(\cdot,0)-\varphi\|_{L_2(0,l)}.$$

Действительно, если с учетом предельного соотношения (3.35) при $t=0$ и условия (3.26) если переходить к пределу в обеих частьях этого неравенства, то при $k\to\infty$ получим справедливость соотношения:

$$\left\|\psi(\cdot,0)-\varphi\right\|_{L_2(0,l)}=0.$$

Отсюда следует, что предельная функция $\psi(x,t)$ удовлетворяет начальному условию (2.3) для почти всех $x\in(0,l)$.

Наконец, докажем, что предельная функция $\psi(x,t)$ удовлетворяет вторым краевым условиям (2.4). Действительно, в силу леммы 3.4 работы [12, с. 98]и условия, что подпоследовательность $\{\psi_k(x,t)\}$принадлежит пространству $W_2^{2,1}(\Omega)$, можем утверждать справедливость предельных соотнощений:

$$\frac{\partial\psi_k(s,t)}{\partial x}\to\frac{\partial\psi(s,t)}{\partial x}, s=0,l \text{ слабо в } L_2(0,T) \tag{3.36}$$

при $k\to\infty$. Тогда, используя эти пределные соотношения и краевые условия (3.27), из равенств

$$\int_0^T\frac{\partial\psi(s,t)}{\partial x}\bar{\eta}(t)dt=\int_0^T\left(\frac{\partial\psi(s,t)}{\partial x}-\frac{\partial\psi_k(s,t)}{\partial x}\right)\bar{\eta}(t)dt+\int_0^T\frac{\partial\psi_k(s,t)}{\partial x}\bar{\eta}(t)dt, s=0,l$$

с переходом к пределу получим справедливость краевых условий:

$$\frac{\partial\psi(0,t)}{\partial x}=\frac{\partial\psi(l,t)}{\partial x}=0,\forall t\in\overset{0}{(}0,T).$$

Таким образом, нами доказано, что предельная функция $\psi(x,t)$ является решением редуцированной задачи (2.2)-(2.4), соответствующим предельной функции $v\in V$, то есть $\psi=\psi(x,t)\equiv\psi(x,t;v)$. Кроме того, для этой функции справедлива оценка (3.1), которая непосредственно следует из оценки (3.19) с переходом к пределу по слабо сходящиеся подпоследовательности $\{\psi_k(x,t)\}$. В силу теоремы 2.1 такое решение единственно и принадлежит пространству $W_2^{2,1}(\Omega)$. Используя слабую полунепрерывность снизу нормы пространств $L_2(0,T),H$, а также предельные соотнощения: $v_s^k\to v_s, m=0,1$ слабо в $L_2(0,T)$, $\psi_k(s,.)\to\psi(s,.), s=0,l$ сильно в $L_2(0,T)$ при $k\to\infty$ для $\forall\alpha\geq0$ и $\forall\omega\in H$ имеем:

$$J_{\alpha*}\leq J_\alpha(v)\leq\varliminf_{k\to\infty}J_\alpha\left(v^k\right)=\inf_{v\in V}J_\alpha(v)=J_{\alpha*}.$$

Отсюда следует, что $v\in V$ является решением задачи оптимального управления (2.1)-(2.4) при $\alpha\geq0$ и $\forall\omega\in H$. Теорема 3.2 доказана.

4. Дифференцирeуемоть функционала и необходимое условие для решения задачи оптимального управления.

В этом параграфе будем установить дифференцируемость функционала (2.1) и доказать необходимое условие для решения вариационной задачи (2.1)-(2.4) в виде варибационного неравенства. Пусть $\Phi = \Phi(x,t)$ является решением следующей сопряженной задачи:

$$i\frac{\partial \Phi}{\partial t} + a_0\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + i\frac{\partial}{\partial x}\left(a_1(x,t)\Phi\right) - a(x)\Phi + v_0(t)\Phi - iv_1(t)\Phi = 0, (x,t)\in\Omega, \quad (4.1)$$

$$\Phi(x,T) = 0,\ x\in(0,l), \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial \Phi(0,t)}{\partial x} = -\frac{2\beta_0}{a_0}\left(\psi(0,t) - y_0(t)\right), \frac{\partial \Phi(l,t)}{\partial x} = \frac{2\beta_1}{a_0}\left(\psi(l,t) - y_1(t)\right), t\in(0,T), \quad (4.3)$$

где $\psi = \psi(x,t) \equiv \psi(x,t;v)$-решение редуцированной задачи (2.2)-(2.4) при $v\in V$. Эту краевую задачу (4.1)-(4.3) будем называть сопряженной задачей к задаче оптимального управления (2.1)-(2.4).

Здесь функции $a(x), a_1(x,t), \varphi(x), f(x,t)$ удовлетворяют условиям (2.5)-(2.9). Наряду с этими условиями предположим, что функции $a_1(x,t), y_0(t), y_1(t)$ удовлетворяют еще условиям:

$$\left|\frac{\partial^3 a_1(x,t)}{\partial x^3}\right| \le \mu_7, \overset{0}{\forall}(x,t)\in\Omega, \mu_7 = const > 0, \quad (4.4)$$

$$y_0, y_1 \in W_2^{\frac{1}{4}}(0,T)\ . \quad (4.5)$$

Определение 4.1. Под решением сопряженной задачи (4.1)-(4.3) будем понимать функцию $\Phi(x,t)$ из пространства $C^0\left([0,T], L_2(0,l)\right)$, удовлетворяющую следующему интегральному тождеству:

$$\int_{\Omega}\left[\Phi(x,t)\left(-i\frac{\partial \bar\eta_1}{\partial t} + a_0\frac{\partial^2 \bar\eta_1}{\partial x^2} - ia_1(x,t)\frac{\partial \bar\eta_1}{\partial x} - a(x)\bar\eta_1 + v_0(t)\bar\eta_1 - iv_1(t)\bar\eta_1\right)\right]dxdt =$$

$$= -2\beta_0\int_0^T\left(\psi(0,t) - y_0(t)\right)\bar\eta_1(0,t)\,dt - 2\beta_1\int_0^T\left(\psi(l,t) - y_1(t)\right)\bar\eta_1(l,t)dt \quad (4.6)$$

для любой функции $\eta_1 \in W_2^{2,1}(\Omega)$, удовлетворяющей условиям $\eta_1(x,0) = 0, \overset{0}{\forall} x\in(0,l)$, $\frac{\partial \eta_1(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial \eta_1(l,t)}{\partial x} = 0, \overset{0}{\forall} t\in(0,T)$.

Как видно, что сопряженная задача (4.1)-(4.3) является краевой задачей с неоднородными граничными условиями. Как известно, что эту краевую задачу с помощью замены $t = T - \tau$ можно свести к начально-краевой задаче для нестационарного уравнения Шредингера с неоднородными граничными условиями. Сначала эту краевую задачу напишем в следующем виде:

$$i\frac{\partial \Phi}{\partial t} + a_0\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + i\frac{\partial}{\partial x}\left(a_1(x,t)\Phi\right) - a(x)\Phi + v_0(t)\Phi - iv_1(t)\Phi = 0, (x,t)\in\Omega, \quad (4.7)$$

$$\Phi(x,T)=0\,,\ x\in(0,l), \tag{4.8}$$

$$\frac{\partial\Phi(0,t)}{\partial x}=g_0(t),\frac{\partial\Phi(l,t)}{\partial x}=g_1(t),t\in(0,T), \tag{4.9}$$

где функции $g_0(t),g_1(t)$ определяются формулами:

$$g_0(t)=-\frac{2\beta_0}{a_0}\left(\psi(0,t)-y_0(t)\right),g_1(t)=\frac{2\beta_1}{a_0}\left(\psi(l,t)-y_1(t)\right),t\in(0,T). \tag{4.10}$$

Как видно в задаче (4.7)-(4.9) краевые условия являются неоднородными. Поэтому сначала эту задачу сведем к задаче с однородными краевыми условиями. Используя методику работы [10] задачу (4.7)-(4.9) можем свести к следующей задаче:

$$i\frac{\partial w}{\partial t}+a_0\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+i\frac{\partial}{\partial x}\left(a_1(x,t)w\right)-a(x)w+v_0(t)w-iv_1(t)w=F(x,t),(x,t)\in\Omega, \tag{4.11}$$

$$w(x,T)=0,x\in(0,l), \tag{4.12}$$

$$\frac{\partial w(0,t)}{\partial x}=\frac{\partial w(l,t)}{\partial x}=0,t\in(0,T), \tag{4.13}$$

где функции $w(x,t),F(x,t)$ определяются формулами:

$$w=w(x,t)=\Phi(x,t)-z(x,t),F(x,t)=(1-i)\frac{\partial z}{\partial t}-i\frac{\partial}{\partial x}\left(a_1(x,t)z\right)-v_0(t)z+iv_1(t)z, \tag{4.14}$$

а функция $z=z(x,t)$ является решением следующей краевой задачи:

$$\frac{\partial z}{\partial t}+a_0\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}-a(x)z=0\,,(x,t)\in\Omega, \tag{4.15}$$

$$z(x,T)=0,x\in(0,l), \tag{4.16}$$

$$\frac{\partial z(0,t)}{\partial x}=g_0(t),\frac{\partial z(l,t)}{\partial x}=g_1(t),t\in(0,T). \tag{4.17}$$

В этой задаче функции $z=z(x,t),g_0(t),g_1(t)$ являются комплекснозначными функциями, которые определяются формулами:

$$z(x,t)=z_1(x,t)+iz_2(x,t)=\operatorname{Re}z(x,t)+i\operatorname{Im}z(x,t),$$

$$g_0(t)=g_{01}(t)+ig_{02}(t)==\operatorname{Re}g_0(t)+i\operatorname{Im}g_0(t),$$

$$g_1(t)=g_{11}(t)+ig_{12}(t)=\operatorname{Re}g_1(t)+i\operatorname{Im}g_1(t).$$

Следует отметим, что функции $z_1(x,t)=\operatorname{Re}z(x,t)$ и $z_2(x,t)=\operatorname{Im}z(x,t)$ являются решениями краевой задачи (4.15)-(4.17) соответствующими граничным функциям $g_{01}(t)=\operatorname{Re}g_0(t),g_{11}(t)=\operatorname{Re}g_1(t)$ и $g_{02}(t)=\operatorname{Im}g_0(t),g_{12}(t)=\operatorname{Im}g_1(t)$ соответственно.

В силу теоремы вложения, известной из работ[12,29] $W_2^{2,1}(\Omega)\subset W_2^{\frac{1}{4}}(0,T)$. Поэтому функция $\psi(x,t)$, которая является решением начално-краевой задачи (2.2)-(2.4), принадлежащая пространству $W_2^{2,1}(\Omega)$ имеет след $\psi(0,.),\psi(l,.)\in W_2^{\frac{1}{4}}(0,T)$. Тогда в силу формул (4.10) и условий (4.5) получим справедливость условий:

$$g_0, g_1 \in W_2^{\frac{1}{4}}(0,T). \tag{4.18}$$

Как видно задача (4.15)-(4.17) есть вторая краевая задача для параболического уравнения с неоднородными краевыми условиями. Эту задачу с помощью замены $\tau = T - t$ можно свести к следующей второй начально-краевой задаче:

$$-\frac{\partial \tilde{z}}{\partial \tau} + a_0\frac{\partial^2 \tilde{z}}{\partial x^2} - a(x)\tilde{z} = 0\,, (x,\tau)\in\Omega\,, \tag{4.19}$$

$$\tilde{z}(x,0)=0, x\in(0,l), \tag{4.20}$$

$$\frac{\partial \tilde{z}(0,\tau)}{\partial x} = \tilde{g}_0(\tau), \frac{\partial \tilde{z}(l,\tau)}{\partial x} = \tilde{g}_1(\tau), \tau\in(0,T), \tag{4.21}$$

где $\tilde{z}(x,\tau)=z(x,T-\tau)=z(x,t)$, $\tilde{g}_0(\tau)=g_0(T-\tau)=g_0(t)$, $\tilde{g}_1(\tau)=g_1(T-\tau)=g_1(t)$.

Следует отметить, что начально-краевая задача (4.19)-(4.21) изучена, например, в работах [12,29], а потом впервые использована в работы [8] для сведения начально-краевых задач для уравнения Шредингера с неоднородными краевыми условиями к начально-краевым задачам с однородными краевыми условиями. С помощью результатов работ [12,29] при принятых предположениях можем утверждать, что начально-краевая задача (4.19)-(4.21) имеет единственное решение из пространства $W_2^{2,1}(\Omega)$ и для этого решения справедлива оценка:

$$\|\tilde{z}\|_{W_2^{2,1}(\Omega)} \le c_{11}\left(\|\tilde{g}_0\|_{W_2^{\frac{1}{4}}(0,T)} + \|\tilde{g}_1\|_{W_2^{\frac{1}{4}}(0,T)}\right), \tag{4.22}$$

где постоянная $c_{11}>0$ не зависит от $\tilde{g}_0(\tau),\tilde{g}_1(\tau)$. Ясно, что начально-краевая задача (4.19)-(4.21) эквивалентна к краевой задаче (4.15)-(4.17). Тогда можем утверждать, что краевая задача (4.15)-(4.17) также имеет единственное решение из пространства $W_2^{2,1}(\Omega)$ и для этого решения справедлива оценка:

$$\|z\|_{W_2^{2,1}(\Omega)} \le c_{12}\left(\|g_0\|_{W_2^{\frac{1}{4}}(0,T)} + \|g_1\|_{W_2^{\frac{1}{4}}(0,T)}\right). \tag{4.23}$$

Теперь вернемся к краевой задаче (4.11)-(4.13). Рассмотрим функцию $F(x,t)$, которая является правой частью уравнения (4.11). В силу условий (4.5) и оценок (3.17), (4.23) из формулы (4.14) для функции $F(x,t)$ при принятых предположениях можем установить справедливость условия:

$$F \in L_2(\Omega). \tag{4.24}$$

Определение 4.2. Под решением краевой задачи (4.11)-(4.13) будем понимать функцию $w(x,t)$ из пространства $C^0([0,T], L_2(0,l))$, удовлетворяющую следующему интегральному тождеству:

$$\int_\Omega \left[w(x,t) \left(-i\frac{\partial \bar{\eta}_1}{\partial t} + a_0 \frac{\partial^2 \bar{\eta}_1}{\partial x^2} - ia_1(x,t)\frac{\partial \bar{\eta}_1}{\partial x} - a(x)\bar{\eta}_1 + v_0(t)\bar{\eta}_1 - iv_1(t)\bar{\eta}_1 \right) \right] dxdt =$$

$$= \int_\Omega F(x,t)\bar{\eta}_1(x,t)\,dxdt \tag{4.25}$$

для любой функции $\eta_1 \in \overset{0}{W}{}_2^{2,1}(\Omega)$, удовлетворяющей условиям $\eta_1(x,0) = 0, \forall x \in (0,l)$, $\dfrac{\partial \eta_1(0,t)}{\partial x} = \dfrac{\partial \eta_1(l,t)}{\partial x} = 0, \forall t \in (0,T)$.

Отметим, что краевую задачу (4.11)-(4.13) можем свести к начально-краевой задаче. Действительно, в задаче (4.11)-(4.13) используя замену переменной $\tau = T - t$ эту краевую задачу можем свасти к следующей начально-краевой задаче:

$$-i\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tau} + a_0\frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial x^2} + i\frac{\partial}{\partial x}\left(\tilde{a}_1(x,\tau)\tilde{w}\right) - a(x)\tilde{w} + \tilde{v}_0(\tau)\tilde{w} - i\tilde{v}_1(\tau)\tilde{w} = \tilde{F}(x,\tau), (x,\tau) \in \Omega, \tag{4.26}$$

$$\tilde{w}(x,0) = 0, x \in (0,l), \tag{4.27}$$

$$\frac{\partial \tilde{w}(0,\tau)}{\partial x} = \frac{\partial \tilde{w}(l,\tau)}{\partial x} = 0, \tau \in (0,T), \tag{4.28}$$

где $\tilde{w}(x,\tau) = w(x,T-\tau) = w(x,t), \tilde{F}(x,\tau) = F(x,T-\tau) = F(x,t)$, $\tilde{a}_1(x,\tau) = a_1(x,T-\tau) = $ $= a_1(x,t), \tilde{v}_s(\tau) = v_s(T-\tau) = v_s(t), s = 0,1$. Если напишем комплексно-сопряженную задачу этой начально-краевой задачи и обозначая комплексное сопряжение $\tilde{w}(x,\tau) = w(x,T-\tau) = w(x,t)$ через $\phi(x,\tau)$, то для функции $\phi = \phi(x,\tau)$ получим следующую начально-краевую задачу:

$$i\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + a_0\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - i\frac{\partial}{\partial x}\left(\tilde{a}_1(x,\tau)\phi\right) - a(x)\phi + \tilde{v}_0(\tau)\phi + i\tilde{v}_1(\tau)\phi = G(x,\tau), (x,\tau) \in \Omega, \tag{4.29}$$

$$\phi(x,0) = 0, x \in (0,l), \tag{4.30}$$

$$\frac{\partial \phi(0,\tau)}{\partial x} = \frac{\partial \phi(l,\tau)}{\partial x} = 0, \tau \in (0,T). \tag{4.31}$$

Здесь функция $G(x,t)$ является комплексным сопряжением функции $\tilde{F}(x,\tau)$. Ясно, что краевая задача (4.11)-(4.13) эквивалентна к начально-краевой задаче (4.29)-(4.31). Поэтому вместо задачи (4.11)-(4.13) будем исследовать задачу (4.29)-(4.31). Для простаты изложения, задачу (4.29)-(4.31) с помощью равенств $\tilde{a}_1(x,\tau)= a_1(x,t), \tilde{v}_s(\tau)=v_s(t), s=0,1$ и обозначения τ через t напишем в следующем виде:

$$i\frac{\partial\phi}{\partial t}+a_0\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}-i\frac{\partial}{\partial x}(a_1(x,t)\phi)-a(x)\phi+v_0(t)\phi+iv_1(t)\phi=G(x,t),(x,t)\in\Omega, \quad (4.32)$$

$$\phi(x,0)=0, x\in(0,l), \quad (4.33)$$

$$\frac{\partial\phi(0,t)}{\partial x}=\frac{\partial\phi(l,t)}{\partial x}=0, t\in(0,T). \quad (4.34)$$

Как видно эта задача является начально-краевой задачей для уравнения типа Шредингера вида (4.32) с комплексным потенциалом, содержащего специального градиентного слагаемого, с однородными краевыми условиями.

Определение 5.3. Под решением начально-краевой задачи (4.32)-(4.34) будем понимать функцию $\phi(x,t)$ из пространства $C^0([0,T],L_2(0,l))$, удовлетворяющую следующему интегральному тождеству:

$$\int_\Omega\left[\phi(x,t)\left(-i\frac{\partial\bar{\eta}_1}{\partial t}+a_0\frac{\partial^2\bar{\eta}_1}{\partial x^2}+ia_1(x,t)\frac{\partial\bar{\eta}_1}{\partial x}-a(x)\bar{\eta}_1+v_0(t)\bar{\eta}_1+iv_1(t)\bar{\eta}_1\right)\right]dxdt=$$

$$=\int_\Omega G(x,t)\bar{\eta}_1(x,t)\,dxdt \quad (4.35)$$

для любой функции $\eta_1\in W_2^{2,1}(\Omega)$, удовлетворяющей условиям $\eta_1(x,T)=0, \overset{0}{\forall} x\in(0,l)$, $\frac{\partial\eta_1(0,t)}{\partial x}=\frac{\partial\eta_1(l,t)}{\partial x}=0, \overset{0}{\forall} t\in(0,T)$.

Для доказательства существования и единственности решения начально-краевой задачи (4.32)-(4.34) будем рассматривать следующую вспомогательную начально-краевую задачу с однородными начальными и краевыми условиями:

$$i\frac{\partial\phi}{\partial t}+a_0\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}-i\frac{\partial}{\partial x}(a_1(x,t)\phi)-a(x)\phi+v_0(t)\phi+iv_1(t)\phi=g(x,t),(x,t)\in\Omega, \quad (4.36)$$

$$\phi(x,0)=0, x\in(0,l), \quad (4.37)$$

$$\frac{\partial\phi(0,t)}{\partial x}=\frac{\partial\phi(l,t)}{\partial x}=0, t\in(0,T), \quad (4.38)$$

где функции функции $a(x), a_1(x,t)$ удовлетворяют условиям (2.5), (2.6), (4.4), а функция $g(x,t)$ удовлетворяет условиям:

$$g\in W_2^{2,0}(\Omega), \frac{\partial g(0,t)}{\partial x}=\frac{\partial g(l,t)}{\partial x}=0, t\in(0,T). \quad (4.39)$$

Определене 4.4. Под решением начально-краевой задачи (4.36)-(4.38) будем понимать функцию $\phi=\phi(x,t)$ из прстранства $W_2^{2,1}(\Omega)$, удовлетворяющую уравнению

(4.36) для почти всех $(x,t)\in\Omega$, а начальному условию (4.37) для почти всех $x\in(0,l)$ и краевым условиям (4.38) для почти всех $t\in(0,T)$.

Теорема 4.1. Пусть функции $a(x), a_1(x,t), g(x,t)$ удовлетворяют усдовиям (2.5), (2.6), (4.4), (4.39) соответственно. Пусть, кроме того, $v=(v_0,v_1)\in V$. Тогда существует единственное решение начально-краевой задачи (4.36)-(4.38) из пространства $W_2^{2,1}(\Omega)$ и для этого решения справедлива оценка:

$$\|\phi\|^2_{W_2^{2,1}(\Omega)} \le \tilde{c}_0 \|g\|^2_{W_2^{2,0}(\Omega)}, \tag{4.40}$$

где $\tilde{c}_0>0$ постоянная не зависит от g.

Доказательство этой теоремы вполне аналогично доказательству теоремы 2.1. При доказательства этой теоремы в отличие от теоремы 2.1 наряду с условиями (2.6) используется условие (4.4) для функции $a_1(x,t)$. Это условие связано с градиетным слагаемым, которое содержит производное $\dfrac{\partial a_1(x,t)}{\partial x}$.

Теперь используя эту вспомогательную теорему будем доказывать существование и единственность слабого обобщенного решения начально-краевой задачи из пространства $C^0([0,T],L_2(0,l))$.

Теорема 4.2. Пусть функции $a(x), a_1(x,t)$ удовлетворяют условиям (2.5), (2.6), (4.4) соответственно и $G\in L_2(\Omega)$. Пусть, кроме того, $v=(v_0,v_1)\in V$. Тогда существует единственное слабое обобщенное решение начально-краевой задачи (4.32)-(4.34) из пространства $C^0([0,T],L_2(0,l))$ и для этого решения справедлива оценка:

$$\|\phi(.,t)\|^2_{L_2(0,l)} \le c_{13}\|G\|^2_{L_2(\Omega)}, \forall t\in[0,T], \tag{4.41}$$

где $c_{13}>0$ постоянная не зависит от G,t.

Доказательство. Для доказательства будем использовать метод сглаживания данных, известного из работ [11,12,13]. С этой целью функцию $G(x,t)$ из $L_2(\Omega)$ будем аппроксимировать функциями $G^{(k)}(x,t), k=1,2,...$ из $W_2^{2,0}(\Omega)$ таким образом, чтобы были выполнены следующие условия:

$$G^{(k)}\in W_2^{2,0}(\Omega), k=1,2,..., \tag{4.42}$$

$$\left\|G^{(k)}-G\right\|_{L_2(\Omega)} \to 0 \text{ при } k\to\infty. \tag{4.43}$$

Если в задаче (4.32)-(4.34) вместо правой части $G(x,t)$ уравнения (4.32) возьмем функции $G^{(k)}(x,t), k=1,2,...$, то получим следующую последовательность задач:

$$i\frac{\partial\phi^{(k)}}{\partial t}+a_0\frac{\partial^2\phi^{(k)}}{\partial x^2}-i\frac{\partial}{\partial x}\left(a_1(x,t)\phi^{(k)}\right)-a(x)\phi^{(k)}+v_0(t)\phi^{(k)}+iv_1(t)\phi^{(k)}=$$

$$=G^{(k)}(x,t),(x,t)\in\Omega,k=1,2,..., \tag{4.44}$$

$$\phi^{(k)}(x,0)=0,x\in(0,l),k=1,2,..., \tag{4.45}$$

$$\frac{\partial\phi^{(k)}(0,t)}{\partial x}=\frac{\partial\phi^{(k)}(l,t)}{\partial x}=0,t\in(0,T),k=1,2,...,. \tag{4.46}$$

При принятых предположениях данные этой последовательности начально-краевых задач удовлетворяют условиям теоремы 4.1. Поэтому используя эту теорему можем утверждать, что при каждом $k=1,2,...$ начально-краевая задача (4.44)-(4.46) имеет единственное почти всюду решение из пространства $W_2^{2,1}(\Omega)$. Ясно, что функции $\phi^{(k)}(x,t),k=1,2,...$ из пространства $W_2^{2,1}(\Omega)$, которые являются решениями этой задачи, для $\forall\eta\in L_2(\Omega)$ и $\forall t\in(0,T)$ удовлетворяют следующим интегральным тождествам:

$$\int_{\Omega_t}\left[i\frac{\partial\phi^{(k)}}{\partial t}+a_0\frac{\partial^2\phi^{(k)}}{\partial x^2}-i\frac{\partial}{\partial x}\left(a_1(x,\tau)\phi^{(k)}\right)-a(x)\phi^{(k)}+v_0(\tau)\phi^{(k)}+iv_1(\tau)\phi^{(k)}\right]\overline{\eta}(x,\tau)dxd\tau=$$

$$=\int_{\Omega_t}G^{(k)}(x,t)\overline{\eta}(x,\tau)dxd\tau,\forall t\in[0,T],k=1,2,... \ , \tag{4.47}$$

следующим начальным и краевым условиям:

$$\phi^{(k)}(x,0)=0,\overset{0}{\forall}x\in(0,l),k=1,2,..., \qquad (4.48$$

$$\frac{\partial\phi^{(k)}(0,t)}{\partial x}=\frac{\partial\phi^{(k)}(l,t)}{\partial x}=0,\overset{0}{\forall}t\in(0,T),k=1,2,... \tag{4.49}$$

соответственно.

Теперь рассмотрим разности: $\phi^{(k)}-\phi^{(m)}=\phi^{(k)}(x,t)-\phi^{(m)}(x,t),k,m=1,2,...$. Ясно, что эти разности принадлежат пространству $W_2^{2,1}(\Omega)$. Если в соотношениях (4.44)-(4.46) вместо k возьмем m и полученные соотношения вычтем из соотношений (4.44)-(4.46), то получим соотношения, которым удовлетворяют последовательность функций $\phi_{km}(x,t)=\phi^{(k)}(x,t)-\phi^{(m)}(x,t),k,m=1,2,...$. Ясно, что эти функции для $\forall\eta\in L_2(\Omega)$ и $\forall t\in(0,T)$ будут удовлетворять следующим интегральным тождествам:

$$\int_{\Omega_t}\left[i\frac{\partial\phi_{km}}{\partial t}+a_0\frac{\partial^2\phi_{km}}{\partial x^2}-i\frac{\partial}{\partial x}\left(a_1(x,\tau)\phi_{km}\right)-a(x)\phi_{km}+v_0(\tau)\phi_{km}+iv_1(\tau)\phi_{km}\right]\overline{\eta}(x,\tau)dxd\tau=$$

$$=\int_{\Omega_t}\left(G^{(k)}(x,t)-G^{(m)}(x,t)\right)\overline{\eta}(x,\tau)dxd\tau,\forall t\in[0,T],k,m=1,2,.... \tag{4.50}$$

следующим начальным и краевым условиям:

$$\phi_{km}(x,0)=0,\overset{0}{\forall} x\in(0,l),k,m=1,2,\dots, \tag{4.51}$$

$$\frac{\partial\phi_{km}(0,t)}{\partial x}=\frac{\partial\phi_{km}(l,t)}{\partial x}=0,\overset{0}{\forall} t\in(0,T),k,m=1,2,\dots \tag{4.52}$$

соответственно.

В интегральном тождества (4.50) вместо пробной функции $\eta\in L_2(\Omega)$ возьмем функции $\phi_{km}\in W_2^{2,1}(\Omega)$. Тогда получим следуюшие равенства:

$$\int_{\Omega_t}\left[i\frac{\partial\phi_{km}}{\partial t}+a_0\frac{\partial^2\phi_{km}}{\partial x^2}-i\frac{\partial}{\partial x}\left(a_1(x,\tau)\phi_{km}\right)-a(x)\phi_{km}+v_0(\tau)\phi_{km}+iv_1(\tau)\phi_{km}\right]\bar{\phi}_{km}(x,\tau)dxd\tau=$$

$$=\int_{\Omega_t}\left(G^{(k)}(x,t)-G^{(m)}(x,t)\right)\bar{\phi}_{km}(x,\tau)dxd\tau,\forall t\in[0,T],k,m=1,2,\dots.$$

Во втором и третьем слагаемых левой части этого равенства произведя интегрирования по частьям и используя краевые условия (4.52) и $a_1(0,t)=a_1(l,t)=0,t\in(0,T)$ получим справедливость следующих равенств:

$$\int_{\Omega_t}\left[i\frac{\partial\phi_{km}}{\partial t}\bar{\phi}_{km}-a_0\left|\frac{\partial\phi_{km}}{\partial x}\right|^2+ia_1(x,\tau)\phi_{km}\frac{\partial\bar{\phi}_{km}}{\partial x}-a(x)|\phi_{km}|^2+v_0(\tau)|\phi_{km}|^2+iv_1(\tau)|\phi_{km}|^2\right]dxd\tau=$$

$$=\int_{\Omega_t}\left(G^{(k)}(x,t)-G^{(m)}(x,t)\right)\bar{\phi}_{km}(x,\tau)dxd\tau,\forall t\in[0,T],k,m=1,2,\dots\ .$$

Вычитывая из этого равенства его комплексное сопряжение, получим следующие равенства:

$$i\int_{\Omega_t}\left(\frac{\partial\phi_{km}}{\partial t}\bar{\phi}_{km}+\frac{\partial\bar{\phi}_{km}}{\partial t}\phi_{km}\right)dxd\tau+i\int_{\Omega_t}a_1(x,\tau)\left(\phi_{km}\frac{\partial\bar{\phi}_{km}}{\partial x}+\bar{\phi}_{km}\frac{\partial\phi_{km}}{\partial x}\right)dxd\tau+2i\int_{\Omega_t}v_1(\tau)|\phi_{km}|^2dxd\tau=$$

$$=2i\int_{\Omega_t}\operatorname{Im}\left(\left(G^{(k)}(x,t)-G^{(m)}(x,t)\right)\bar{\phi}_{km}(x,\tau)\right)dxd\tau,\forall t\in[0,T],k,m=1,2,\dots\ . \tag{4.53}$$

Умножая обеих частей этих равенств на $(-i)$ и преобразуя второе слагаемое левой части полученных равенств имеем:

$$\int_{\Omega_t}\frac{\partial}{\partial t}|\phi_{km}|^2dxd\tau+\int_{\Omega_t}\frac{\partial}{\partial x}\left(a_1(x,\tau)|\phi_{km}|^2\right)dxd\tau-\int_{\Omega_t}\frac{\partial a_1(x,\tau)}{\partial x}|\phi_{km}|^2dxd\tau+2\int_{\Omega_t}v_1(\tau)|\phi_{km}|^2dxd\tau=$$

$$=2\int_{\Omega_t}\operatorname{Im}\left(\left(G^{(k)}(x,t)-G^{(m)}(x,t)\right)\bar{\phi}_{km}(x,\tau)\right)dxd\tau,\forall t\in[0,T],k,m=1,2,\dots\ .$$

С помощью начальных условий (4.51) и краевых условий $a_1(0,t)=a_1(l,t)=0,t\in(0,T)$ нетрудно получить справедливость следующих равенств:

$$\int_0^l|\phi_{km}(x,t)|^2dxd\tau=\int_{\Omega_t}\frac{\partial a_1(x,\tau)}{\partial x}|\phi_{km}|^2dxd\tau-2\int_{\Omega_t}v_1(\tau)|\phi_{km}|^2dxd\tau+$$

$$+2\int_{\Omega_t} \operatorname{Im}\left(\left(G^{(k)}(x,t)-G^{(m)}(x,t)\right)\bar{\phi}_{km}(x,\tau)\right)dxd\tau, \forall t\in[0,T], k,m=1,2,... \quad (4.54)$$

Применяя неравенство Коши-Буняковского и используя условия $v\in V$ и (2.6) для функции $a_1(x,t)$ получим справедливость следующих неравенств:

$$\left\|\phi_{km}(.,t)\right\|^2_{L_2(0,l)} \le (2b_1+\mu_5+1)\int_0^t \left\|\phi_{km}(.,\tau)\right\|^2_{L_2(0,l)} d\tau +$$

$$+\left\|G^{(k)}-G^{(m)}\right\|^2_{L_2(\Omega)}, k,m=1,2,..., \forall t\in[0,T].$$

Применяя в этом неравенстве лемму Гроноулла имеем:

$$\left\|\phi_{km}(.,t)\right\|^2_{L_2(0,l)} \le c_{14}\left\|G^{(k)}-G^{(m)}\right\|^2_{L_2(\Omega)}, k,m=1,2,..., \forall t\in[0,T], \quad (4.55)$$

где $c_{14}>0$ постоянная не зависит от k,m. Оттуда нетрудно получить следующие неравенства:

$$\left\|\phi_{km}\right\|^2_{C^0([0,T],L_2(0,l))} \le c_{14}\left\|G^{(k)}-G^{(m)}\right\|^2_{L_2(\Omega)}, k,m=1,2,.... \quad (4.56)$$

Здесь учитывая формулы $\phi_{km}(x,t)=\phi^{(k)}(x,t)-\phi^{(m)}(x,t), k,m=1,2,...$ имеем:

$$\left\|\phi^{(k)}-\phi^{(m)}\right\|^2_{C^0([0,T],L_2(0,l))} \le c_{14}\left\|G^{(k)}-G^{(m)}\right\|^2_{L_2(\Omega)}, k,m=1,2,... \quad (4.57)$$

В силу условий сходимости (4.43) при $k,m\to\infty$ получим справедливость предельного соотношения:

$$\left\|G^{(k)}-G^{(m)}\right\|_{L_2(\Omega)} \to 0. \quad (4.58)$$

Из этого предельного соотнощения и неравенств (4.57) имеем:

$$\left\|\phi^{(k)}-\phi^{(m)}\right\|^2_{C^0([0,T],L_2(0,l))} \to 0 \text{ при } k,m\to\infty . \quad (4.59)$$

Из этого следует, что последовательность $\left\{\phi^{(k)}(x,t)\right\}$ сходится в норме постранства $C^0([0,T],L_2(0,l))$. А пространство $C^0([0,T],L_2(0,l))$ является полным пространством. Тогда ясно, что предельная функция $\phi(x,t)$ последовательности $\left\{\phi^{(k)}(x,t)\right\}$ удовлетворяет условию $\phi\in C^0([0,T],L_2(0,l))$. Теперь покажем, что предельная функция $\phi(x,t)$ удовлетворяет интегральному тождеству (4.35). С этой целью в интегральном тождестве (4.47) вместо пробной функции возьмем любую пробную функцию $\eta_1\in W_2^{2,1}(\Omega)$, удовлетворяющую условиям $\eta_1(x,T)=0, \overset{0}{\forall} x\in(0,l)$, $\frac{\partial\eta_1(0,t)}{\partial x}=$ $=\frac{\partial\eta_1(l,t)}{\partial x}=0, \overset{0}{\forall} t\in(0,T)$ и применяем формулу интегрирования по частям. Тогда для любой функции $\eta_1 \in W_2^{2,1}(\Omega)$, удовлетворяющей условиям $\eta_1(x,T)=0, \overset{0}{\forall} x \in (0,l)$, $\dfrac{\partial \eta_1(0,t)}{\partial x} = \dfrac{\partial \eta_1(l,t)}{\partial x} = 0, \overset{0}{\forall} t \in (0,T)$ получим справедливость следующих интегральных тождеств:

$$\int_{\Omega_t} \left[\phi^{(k)} \left(-i\frac{\partial \bar{\eta}_1}{\partial t} + a_0 \frac{\partial^2 \bar{\eta}_1}{\partial x^2} + a_1(x,\tau)\frac{\partial \bar{\eta}_1}{\partial x} - a(x)\bar{\eta}_1 + v_0(\tau)\bar{\eta}_1 + iv_1(\tau)\bar{\eta}_1 \right) \right] dxd\tau =$$

$$= \int_{\Omega_t} G^{(k)}(x,t)\bar{\eta}(x,\tau)dxd\tau - i\int_0^l \phi^{(k)}(x,t)\bar{\eta}_1(x,t)dx, k=1,2,..., \forall t \in [0,T]. \qquad (4.60)$$

С учетем свойство сходимости последовательностей $\{\phi^{(k)}(x,t)\}, \{G^{(k)}(x,t)\}$ к функциям $\phi(x,t), G(x,t)$ соответственно при $k \to \infty$, если переходим к пределу в интегральном тождестве (4.60), то для $\phi \in C^0([0,T], L_2(0,l))$ и для любой функции $\eta_1 \in W_2^{2,1}(\Omega)$, удовлетворяющей условиям $\eta_1(x,T)=0, \overset{0}{\forall} x \in (0,l)$, $\dfrac{\partial \eta_1(0,t)}{\partial x} = \dfrac{\partial \eta_1(l,t)}{\partial x} = 0, \overset{0}{\forall} t \in (0,T)$ получим справедливость следующего интегральнного тождества:

$$\int_{\Omega_t} \left[\phi \left(-i\frac{\partial \bar{\eta}_1}{\partial t} + a_0 \frac{\partial^2 \bar{\eta}_1}{\partial x^2} + a_1(x,\tau)\frac{\partial \bar{\eta}_1}{\partial x} - a(x)\bar{\eta}_1 + v_0(\tau)\bar{\eta}_1 + iv_1(\tau)\bar{\eta}_1 \right) \right] dxd\tau =$$

$$= \int_{\Omega_t} G(x,t)\bar{\eta}(x,\tau)dxd\tau - i\int_0^l \phi(x,t)\bar{\eta}_1(x,t)dx, k=1,2,..., \forall t \in [0,T]. \qquad (4.61)$$

Из этого интегрального тождества при $t=T, \Omega_T=\Omega$ и $\eta_1(x,T)=0, \overset{0}{\forall} x \in (0,l)$ получим справедливость интегрального тождества (4.35). Это означает, что предельная функция $\phi \in C^0([0,T], L_2(0,l))$ является слабым обобщенным решением начально-краевой задачи (4.32)-(4.34) из пространства $C^0([0,T], L_2(0,l))$.

Теперь установим оценку вида (4.41) для решения начально-краевой задачи (4.32)-(4.34). С этой целью в интегральных тождествах (4.47) вместо пробной функции $\eta \in L_2(\Omega)$ возьмем функции $\phi^{(k)} \in W_2^{2,1}(\Omega), k=1,2,...$. Тогда в полученных равенствах используя формулу интегрирования по частям получим справедливость следующих равенств:

$$\int_{\Omega_t} \left[i\frac{\partial \phi^{(k)}}{\partial t}\bar{\phi}^{(k)} - a_0 \left|\frac{\partial \phi^{(k)}}{\partial x}\right|^2 + ia_1(x,\tau)\phi^{(k)}\frac{\partial \bar{\phi}^{(k)}}{\partial x} - a(x)\left|\phi^{(k)}\right|^2 + v_0(\tau)\left|\phi^{(k)}\right|^2 + iv_1(\tau)\left|\phi^{(k)}\right|^2 \right] dxd\tau =$$

$$= \int_{\Omega_t} G^{(k)}(x,t)\bar{\phi}^{(k)}(x,\tau)dxd\tau, \forall t \in [0,T], k=1,2,.... \qquad (4.62)$$

Вычитывая из этих равенств их комплексные сопряжения получим следующие равенства:

$$i\int_{\Omega_t}\left(\frac{\partial\phi^{(k)}}{\partial t}\bar{\phi}^{(k)}+\frac{\partial\bar{\phi}^{(k)}}{\partial t}\phi^{(k)}\right)dxd\tau+i\int_{\Omega_t}a_1(x,\tau)\left(\phi^{(k)}\frac{\partial\bar{\phi}^{(k)}}{\partial x}+\bar{\phi}^{(k)}\frac{\partial\phi^{(k)}}{\partial x}\right)dxd\tau+$$

$$+2i\int_{\Omega_t}v_1(\tau)\left|\phi^{(k)}\right|^2dxd\tau=2i\int_{\Omega_t}\operatorname{Im}\left(G^{(k)}(x,t)\bar{\phi}^{(k)}(x,\tau)\right)dxd\tau,\forall t\in[0,T],k=1,2,\dots\ .$$

Умножая на $(-i)$ эти равенства и преобразуя второе слагаемое левой части полученных равенств, имеем:

$$\int_{\Omega_t}\frac{\partial}{\partial t}\left|\phi^{(k)}\right|^2dxd\tau+\int_{\Omega_t}\frac{\partial}{\partial x}\left(a_1(x,\tau)\left|\phi^{(k)}\right|^2\right)dxd\tau-\int_{\Omega_t}\frac{\partial a_1(x,\tau)}{\partial x}\left|\phi^{(k)}\right|^2dxd\tau+$$

$$+2\int_{\Omega_t}v_1(\tau)\left|\phi^{(k)}\right|^2dxd\tau=2\int_{\Omega_t}\operatorname{Im}\left(G^{(k)}(x,t)\bar{\phi}^{(k)}(x,\tau)\right)dxd\tau,\forall t\in[0,T],k=1,2,\dots\ .$$

Ясно, что в силу краевых условий $a_1(0,t)=a_1(l,t)=0,t\in(0,T)$ второе слагаемое левой части этих равенств равняется нулю. Поэтому с помощью неравенства Коши-Буняковского и начальных условий (4.48), а также условий $v\in V$, (2.6) из последних равенств можно установить справедливость неравенств:

$$\int_0^l\left|\phi^{(k)}(x,t)\right|^2dxd\tau\le(2b_1+\mu_5+1)\int_{\Omega_t}\left|\phi^{(k)}\right|^2dxd\tau+\left\|G^{(k)}\right\|^2_{L_2(\Omega)},k=1,2,\dots,\forall t\in[0,T].$$

Отсюда с помощью леммы Гронуолла получим справедливость следующих неравенств:

$$\left\|\phi^{(k)}(.,t)\right\|^2_{L_2(0,l)}\le c_{15}\left\|G^{(k)}\right\|^2_{L_2(\Omega)},k=1,2,\dots,\forall t\in[0,T]. \qquad (4.63)$$

Здесь $c_{15}>0$ постоянная не зависит от k. С учетом свойство сходимости последовательностей $\{\phi^{(k)}(x,t)\},\{G^{(k)}(x,t)\}$ к функциям $\phi(x,t),G(x,t)$ соответственно при $k\to\infty$ если переходим к пределу в обеих частях неравенств (4.63), то получим справедливость следующей оценки:

$$\|\phi(.,t)\|^2_{L_2(0,l)}\le c_{15}\|G\|^2_{L_2(\Omega)},\forall t\in[0,T]. \qquad (4.64)$$

Здесь выбирая $c_{13}=c_{15}$ получим справедливость оценки (4.41) настоящей теоремы. Непосредственно из оценки (4.41) следует единственность слабого обобщенного решения начально-краевой задачи (4.32)-(4.34) из пространства $C^0([0,T],L_2(0,l))$. Теорема 4.2 доказана.

Теперь вернемся к задаче (4.11)-(4.13). Выше было сказано, что исследование существования и единственности решения из пространства $C^0([0,T],L_2(0,l))$ краевой задачи (4.11)-(4.13) эквивалентно исследованию существования и единственности решения из пространства $C^0([0,T],L_2(0,l))$ начально-краевой задачи (4.29)-(4.31). Поэтому для простоты изложения в задаче (4.29)-(4.31) выбирая переменную t вместо переменной τ и функции $\psi(x,t),G(x,t),a_1(x,t),v_0(t),v_1(t)$ вместо функций $\tilde{\psi}(x,\tau),G(x,\tau)$, $\tilde{a}_1(x,\tau),\tilde{v}_0(\tau),\tilde{v}_1(\tau)$ получили начально-краевую задачу (4.32)-(4.34) и доказали теорему 4.2 для разрешимости этой задачи в прстранстве $C^0([0,T],L_2(0,l))$. С учетем этого можем утверждать, что начально-краевая задача (4.29)-(4.31) также имеет единственное слабо обобщенное решение из пространства $C^0([0,T],L_2(0,l))$ и для этого решения справедлива оценка:

$$\|\phi(.,\tau)\|^2_{L_2(0,l)} \le c_{15}\|G\|^2_{L_2(\Omega)}, \forall\tau\in[0,T]. \tag{4.65}$$

С другой стороны, через $\phi(x,\tau)$ обозначили комплексное сопряжение функции $\tilde{w}(x,\tau)=w(x,T-\tau)=w(x,t)$, которая является решением задачи (4.26)-(4.28). Поэтому можем утверждать, что начально-краевая задача (4.26)-(4.28) также имеет единственное слабо обобщенное решение из пространства $C^0([0,T],L_2(0,l))$ и для этого решения справедлива оценка:

$$\|\tilde{w}(.,\tau)\|^2_{L_2(0,l)} \le c_{15}\|\tilde{F}\|^2_{L_2(\Omega)}, \forall\tau\in[0,T]. \tag{4.66}$$

Тогда с учетем формул $\tilde{w}(x,\tau)=w(x,T-\tau)=w(x,t)$, $\tilde{\psi}(x,\tau)=\psi(x,T-\tau)=\psi(x,t)$, $\tilde{F}(x,\tau)=F(x,T-\tau)=F(x,t)$ вернувшись к краевой задаче, с помощью результатов о разрешимости начально-краевой задачи (4.26)-(4.28) можем утверждать, что краевая задача (4.11)-(4.13) также имеет единственное слабо обобщенное решение из пространства $C^0([0,T],L_2(0,l))$ и для этого решения справедлива оценка:

$$\|w(.,t)\|^2_{L_2(0,l)} \le c_{15}\|F\|^2_{L_2(\Omega)}, \forall t\in[0,T]. \tag{4.67}$$

Теперь используя краевую задачу (4.11)-(4.13) изучим сопряженную задачу (4.1)-(4.3).

Теорема 4.3. Пусть функции $a(x),a_1(x,t),\varphi(x),f(x,t)$ удовлетворяют условиям (2.5)-(2.8) и $v\in V$. Пусть, кроме того, выполнены условия (4.4), (4.5). Тогда сопряженная задача (4.1)-(4.3) имеет единственное решение из пространства $C^0([0,T],L_2(0,l))$ и для этого решения справедлива оценка:

$$\|\Phi(.,t)\|_{L_2(0,l)} \le c_{16}\left(\|\varphi\|_{W_2^2(0,l)}+\|f\|_{W_2^{0,1}(\Omega)}+\|y_0\|_{W_2^{\frac{1}{4}}(0,T)}+\|y_1\|_{W_2^{\frac{1}{4}}(0,T)}\right), \forall t\in[0,T], \tag{4.68}$$

где $c_{16}>0$ постоянная не зависит от t.

Доказательство. Для доказательства существования и единственности решения сопряженной задачи (4.1)-(4.3) из краевой задачи (4.7)-(4.9) вычтем краевую задачу

(4.15)-(4.17). Тогда для функции $w = w(x,t) = \Phi(x,t) - z(x,t)$ получим краевую задачу (4.11)-(4.13), в которой краевые условия являются однородными. Как выше было доказано, что краевая задача (4.11)-(4.13) имеет единственное решение из пространства $C^0([0,T], L_2(0,l))$ в смысле определения 4.2 и для этого решения справедлива оценка (4.67). Тогда из формулы $w = w(x,t) = \Phi(x,t) - z(x,t)$ имеем формулу $\Phi(x,t) = w(x,t) + z(x,t)$. С другой стороны, из выше сделанных рассуждений относительно разрешимости краевой задачи (4.15)-(4.17) при принятых предложениях можем утверждать, что краевая задача (4.15)-(4.17) имеет единственное почти всюду решение $z(x,t)$ из пространства $W_2^{2,1}(\Omega)$ и для этого решения справедлива оценка (4.23). С учетом формулы $\Phi(x,t) = w(x,t) + z(x,t)$ можем утверждать, что сопряженная задача (4.1)-(4.3) также имеет единственное решение из пространства в смысле определения 4.1. Действительно, используя определение 4.2 для любой функции $\eta_1 \in W_2^{2,1}(\Omega)$, удовлетворяющей условиям

$$\eta_1(x,0) = 0, \overset{0}{\forall} x \in (0,l), \; \frac{\partial \eta_1(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial \eta_1(l,t)}{\partial x} = 0, \overset{0}{\forall} t \in (0,T)$$

можем написать следующее интегральное тождество:

$$\int_\Omega \left[w(x,t)\left(-i\frac{\partial \bar{\eta}_1}{\partial t} + a_0 \frac{\partial^2 \bar{\eta}_1}{\partial x^2} - ia_1(x,t)\frac{\partial \bar{\eta}_1}{\partial x} - a(x)\bar{\eta}_1 + v_0(t)\bar{\eta}_1 - iv_1(t)\bar{\eta}_1 \right)\right] dxdt =$$

$$= \int_\Omega F(x,t)\bar{\eta}_1(x,t)\,dxdt\,.$$

В этом интегральном тождества учтем формулы (4.14). Тогда имеем:

$$\int_\Omega \left[\Phi(x,t)\left(-i\frac{\partial \bar{\eta}_1}{\partial t} + a_0 \frac{\partial^2 \bar{\eta}_1}{\partial x^2} - ia_1(x,t)\frac{\partial \bar{\eta}_1}{\partial x} - a(x)\bar{\eta}_1 + v_0(t)\bar{\eta}_1 - iv_1(t)\bar{\eta}_1 \right)\right] dxdt -$$

$$-\int_\Omega \left[z(x,t)\left(-i\frac{\partial \bar{\eta}_1}{\partial t} + a_0 \frac{\partial^2 \bar{\eta}_1}{\partial x^2} - ia_1(x,t)\frac{\partial \bar{\eta}_1}{\partial x} - a(x)\bar{\eta}_1 + v_0(t)\bar{\eta}_1 - iv_1(t)\bar{\eta}_1 \right)\right] dxdt =$$

$$= \int_\Omega \left((1-i)\frac{\partial z}{\partial t} - i\frac{\partial}{\partial x}\left(a_1(x,t)z\right) - v_0(t)z + iv_1(t)z \right)\bar{\eta}_1 dxdt\,. \tag{4.69}$$

Рассмотрим следующий интеграл, который находится в левой части этого равенства:

$$\int_\Omega \left[z(x,t)\left(-i\frac{\partial \bar{\eta}_1}{\partial t} + a_0 \frac{\partial^2 \bar{\eta}_1}{\partial x^2} - ia_1(x,t)\frac{\partial \bar{\eta}_1}{\partial x} - a(x)\bar{\eta}_1 \right)\right] dxdt\,. \tag{4.70}$$

С помощью формулы интегрирования по частям преобразуем этот интеграл. С учетом того, что функция $z(x,t)$ принадлежит пространству $W_2^{2,1}(\Omega)$ и удовлетворяет условиям $z(x,T)=0, \overset{0}{\forall} x\in(0,l)$, $\dfrac{\partial z(0,t)}{\partial x}=-\dfrac{2\beta_0}{a_0}\big(\psi(0,t)-y_0(t)\big)$, $\dfrac{\partial z(l,t)}{\partial x}=\dfrac{2\beta_1}{a_0}\big(\psi(l,t)-y_1(t)\big), \overset{0}{\forall} t\in(0,T)$ и функция $a_1(x,t)$ удовлетворяет условиям $a_1(0,t)=a_1(l,t)=0, \overset{0}{\forall} t\in(0,T)$ для функции $\eta_1(x,t)$ из пространства, удовлетворяющей условиям $\eta_1(x,0)=0, \overset{0}{\forall} x\in(0,l)$, $\dfrac{\partial \eta_1(0,t)}{\partial x}=\dfrac{\partial \eta_1(l,t)}{\partial x}=0, \overset{0}{\forall} t\in(0,T)$ нетрудно установить справедливость равенства:

$$\int_\Omega\left[z(x,t)\left(-i\frac{\partial\bar\eta_1}{\partial t}+a_0\frac{\partial^2\bar\eta_1}{\partial x^2}-ia_1(x)\frac{\partial\bar\eta_1}{\partial x}-a(x)\bar\eta_1\right)\right]dxdt=$$

$$=\int_\Omega\left[\left(i\frac{\partial z}{\partial t}+a_0\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+i\frac{\partial}{\partial x}\big(a_1(x,t)z\big)-a(x)z\right)\bar\eta_1\right]dxdt-$$

$$-i\int_0^l z(x,T)\bar\eta_1(x,T)dx+i\int_0^l z(x,0)\bar\eta_1(x,0)dx+\int_0^T a_0 z(l,t)\frac{\partial\bar\eta_1(l,t)}{\partial x}dt-$$

$$-\int_0^T a_0 z(0,t)\frac{\partial\bar\eta_1(0,t)}{\partial x}dt-\int_0^T a_0\frac{\partial z(l,t)}{\partial x}\bar\eta_1(l,t)dt+\int_0^T a_0\frac{\partial z(0,t)}{\partial x}\bar\eta_1(0,t)dt-$$

$$-i\int_0^T a_1(l,t)z(l,t)\bar\eta_1(l,t)dt+i\int_0^T a_1(0,t)z(0,t)\bar\eta_1(0,t)dt=$$

$$=\int_\Omega\left[\left(i\frac{\partial z}{\partial t}+a_0\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+i\frac{\partial}{\partial x}\big(a_1(x)z\big)-a(x)z\right)\bar\eta_1\right]dxdt-$$

$$-2\beta_1\int_0^T\big(\psi(l,t)-y_1(t)\big)\bar\eta_1(l,t)dt-2\beta_0\int_0^T\Big(\big(\psi(0,t)-y_0(t)\big)\Big)\bar\eta_1(0,t)dt. \tag{4.71}$$

Если учесть это равенство в левой части равенства (4.69), то оттуда получим справедливость тождества:

$$\int_\Omega\left[\Phi(x,t)\left(-i\frac{\partial\bar\eta_1}{\partial t}+a_0\frac{\partial^2\bar\eta_1}{\partial x^2}-ia_1(x,t)\frac{\partial\bar\eta_1}{\partial x}-a(x)\bar\eta_1+v_0(t)\bar\eta_1-iv_1(t)\bar\eta_1\right)\right]dxdt-$$

$$-\int_\Omega\left[\left(i\frac{\partial z}{\partial t}+a_0\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+i\frac{\partial}{\partial x}\big(a_1(x,t)z\big)-a(x)z+v_0(t)z-iv_1(t)z\right)\bar\eta_1\right]dxdt=$$

$$=-2\beta_1\int_0^T\big(\psi(l,t)-y_1(t)\big)\bar\eta_1(l,t)dt-2\beta_0\int_0^T\Big(\big(\psi(0,t)-y_0(t)\big)\Big)\bar\eta_1(0,t)dt+$$

$$+\int_\Omega\left((1-i)\frac{\partial z}{\partial t}-i\frac{\partial}{\partial x}\big(a_1(x,t)z\big)-v_0(t)z+iv_1(t)z\right)\bar\eta_1 dxdt.$$

С учетом того, что функция $z(x,t)$ из пространства $W_2^{2,1}(\Omega)$ удовлетворяет уравнению (4.15) для почти всех $(x,t)\in\Omega$ из этого интегрального тождества после сокращений подобных слагаемых получим справедливость того, что функция $\Phi(x,t)$ удовлетворяет интегральному тождеству (4.6). Таким образом было доказано, что функция $\Phi(x,t)$ является единственным решением сопряженной задачи (4.1)-(4.3) из пространства $C^0([0,T],L_2(0,l))$ в смысле определения 4.1. С другой стороны для доказательства оценки (4.68) если использовать оценку (4.67), то оттуда имеем:

$$\|w(.,t)\|_{L_2(0,l)} \le c_{17}\|F\|_{L_2(\Omega)}, \forall t\in[0,T].$$

Здесь $c_{17}=\sqrt{c_{15}}$. В этом неравенстве учитывая формулу $w(x,t)=\Phi(x,t)-z(x,t)$ получим справедливость нераевенства:

$$\|\Phi(.,t)\|_{L_2(0,l)} \le \|z(.,t)\|_{L_2(0,l)} + c_{17}\|F\|_{L_2(\Omega)}, \forall t\in[0,T].$$

Из этого неравенства в силу формулы (4.14) для функции $F(x,t)$ и неравенства

$$\|z(.,t)\|_{L_2(0,l)} \le c_{18}\|z\|_{W_2^{0,1}(\Omega)}, \forall t\in[0,T],$$

а также условий на коэффициенты уравнения можем установить справедливость неравенства:

$$\|\Phi(.,t)\|_{L_2(0,l)} \le c_{19}\|z\|_{W_2^{2,1}(\Omega)}, \forall t\in[0,T].$$

отсюда в силу оценки (4.23) получим справедливость оценки:

$$\|\Phi(.,t)\|_{L_2(0,l)} \le c_{20}\left(\|g_0\|_{W_2^{\frac14}(0,T)} + \|g_1\|_{W_2^{\frac14}(0,T)}\right), \forall t\in[0,T]. \tag{4.72}$$

Здесь учитывая формулы $g_0(t)=-\dfrac{2\beta_0}{a_0}(\psi(0,t)-y_0(t))$, $g_1(t)=-\dfrac{2\beta_1}{a_0}(\psi(l,t)-y_1(t))$ имеем:

$$\|\Phi(.,t)\|_{L_2(0,l)} \le c_{21}\left(\|\psi(0,.)\|_{W_2^{\frac14}(0,T)} + \|\psi(l,.)\|_{W_2^{\frac14}(0,T)} + \|y_0\|_{W_2^{\frac14}(0,T)} + \|y_1\|_{W_2^{\frac14}(0,T)}\right), \forall t\in[0,T]. \tag{4.73}$$

Ясно, что функция $\psi=\psi(x,t)\equiv\psi(x,t;v)$ при каждом $v\in V$ является решением редуцированной задачи (2.2)-(2.4) и для этого решения справедлива оценка (2.10). С другой стороны для функции $\psi(x,t)$ из пространства $W_2^{2,1}(\Omega)$ в силу теоремы о следах, известной из работы [12,29], можем написать следующее неравенство:

$$\|\psi(0,.)\|_{W_2^{\frac14}(0,T)} + \|\psi(l,.)\|_{W_2^{\frac14}(0,T)} \le c_{22}\|\psi\|_{W_2^{2,1}(\Omega)}. \tag{4.74}$$

Если учесть оценку (2.10) в этом неравенстве получим справедливость следующей оценки:

$$\|\psi(0,.)\|_{W_2^{\frac14}(0,T)} + \|\psi(l,.)\|_{W_2^{\frac14}(0,T)} \le c_{23}\left(\|\varphi\|_{W_2^{2}(0,l)} + \|f\|_{W_2^{2,0}(\Omega)}\right). \tag{4.75}$$

С помощью этой оценки из (4.73) получим следующую оценку:

$$\|\Phi(.,t)\|_{L_2(0,l)} \le c_{24}\left(\|\varphi\|_{W_2^2(0,l)} + \|f\|_{W_2^{0,1}(\Omega)} + \|y_0\|_{W_2^{\frac{1}{4}}(0,T)} + \|y_1\|_{W_2^{\frac{1}{4}}(0,T)}\right), \forall t \in [0,T]. \quad (4.76)$$

Отсюда при $c_{24} = c_{16}$ получим справеждивость оценки (4.68). Теорема 4.3 доказана.

Теперь используя этот результат о решении сопряженной задачи сперва докажем дифференцируемость функционала $J_\alpha(v)$ на множестве V.

Теорема 4.4. Предположим, что выполнены условия теоремы 4.3 и $\omega \in H$ заданный элемент. Тогда функционал $J_\alpha(v)$ дифференцируем по Фреше на множестве V и для любого $v \in V$ справедлива следующие формулы для градиента функционала:

$$J'_\alpha(v) = \left(J'_{\alpha 0}(v), J'_{\alpha 1}(v)\right), \quad (4.77)$$

$$J'_{\alpha 0}(v) = \int_0^l \mathrm{Re}\left(\psi(x.t)\bar{\Phi}(x,t)\right)dx + 2\alpha\left(v_0(t) - \omega_0(t)\right), \quad (4.78)$$

$$J'_{\alpha 1}(v) = -\int_0^l \mathrm{Im}\left(\psi(x,t)\bar{\Phi}(x,t)\right)dx + 2\alpha\left(v_1(t) - \omega_1(t)\right), \quad (4.79)$$

где функции $\psi(x,t) \equiv \psi(x,t;v), \Phi(x,t) \equiv \Phi(x,t;v)$ являются решениями редуцированной (2.2)-(2.4) и сопряженной задачи (4.1)-(4.3) при $v \in V$.

Доказательство. Пусть $\delta v \in B = L_\infty(0,T) \times L_\infty(0,T)$- приращение любого элемента $v \in V$ такое, что $v + \delta v \in V$. Тогда ясно, что $\delta\psi = \delta\psi(x,t) \equiv \psi(x,t;v+\delta v) - \psi(x,t;v)$ будет решением начально-краевой задачи (3.2), (3.3). где $\psi(x,t;v)$-решение редуцированной задачи (2.2)-(2.4) при $v \in V$.

Рассмотрим приращение функционала $J_\alpha(v)$ на любом элементе $v \in V$. С помощью формул (2.1) имеем:

$$\delta J_\alpha(v) = J_\alpha(v+\delta v) - J_\alpha(v) = 2\beta_0 \int_0^T \mathrm{Re}\left[\left(\psi(0,t) - y_0(t)\right)\delta\bar{\psi}(0,t)\right]dt +$$

$$+2\beta_1 \int_0^T \mathrm{Re}\left[\left(\psi(l,t) - y_1(t)\right)\delta\bar{\psi}(l,t)\right]dt +$$

$$+2\alpha \int_0^T \left(v_0(t) - \omega_0(t)\right)\delta v_0(t)\,dt + 2\alpha \int_0^T \left(v_1(t) - \omega_1(t)\right)\delta v_1(t)\,dt +$$

$$+\beta_0 \|\delta\psi(0,.)\|^2_{L_2(0,T)} + \beta_1 \|\delta\psi(l,.)\|^2_{L_2(0,T)} + \alpha\|\delta v\|^2_H. \quad (4.80)$$

Теперь преобразуем первые двух слагаемых правой части этой формулы. Решение начально-краевой задачи (3.2), (3.3) удовлетворяет условию $\delta\psi \in W_2^{2,1}(\Omega)$. Ясно, что эта функция для $\forall \eta \in L_2(\Omega)$ удовлетворяет следующему интегральному тождеству:

$$\int_{\Omega}\left[i\frac{\partial\delta\psi}{\partial t}+a_0\frac{\partial^2\delta\psi}{\partial x^2}+ia_1(x,t)\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}-a(x)\delta\psi+\left(v_0(t)+\delta v_0(t)\right)\delta\psi+\right.$$
$$\left.+i\left(v_1(t)+\delta v_1(t)\right)\delta\psi\right]\bar\eta(x,t)\,dxdt=$$
$$=-\int_{\Omega}\delta v_0(t)\psi(x,t)\bar\eta(x,t)\,dxdt-\int_{\Omega}i\delta v_1(t)\psi(x,t)\bar\eta(x,t)dxdt\,.$$

В этом интегральном тождестве вместо пробной функции $\eta\in L_2(\Omega)$ возьмем решение $\Phi\in C^0([0,T],L_2(0,l))$ сопряженной задачи (4.1)-(4.3). Тогда получим справедливость равенства:

$$\int_{\Omega}\left[i\frac{\partial\delta\psi}{\partial t}+a_0\frac{\partial^2\delta\psi}{\partial x^2}+ia_1(x,t)\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}-a(x)\delta\psi+\left(v_0(t)+\delta v_0(t)\right)\delta\psi+\right.$$
$$\left.+i\left(v_1(t)+\delta v_1(t)\right)\delta\psi\right]\bar\Phi(x,t)\,dxdt=$$
$$=-\int_{\Omega}\delta v_0(t)\psi(x,t)\bar\Phi(x,t)\,dxdt-\int_{\Omega}i\delta v_1(t)\psi(x,t)\bar\Phi(x,t)dxdt\,. \qquad (4.81)$$

Теперь в интегральном тождестве (4.6) для решения $\Phi\in C^0([0,T],L_2(0,l))$ сопряженной задачи (4.1)-(4.3) вместо пробной функции $\eta_1\in W_2^{2,1}(\Omega)$, удовлетворяющей условиям $\eta_1(x,0)=0,\overset{0}{\forall}x\in(0,l)$, $\frac{\partial\eta_1(0,t)}{\partial x}=\frac{\partial\eta_1(l,t)}{\partial x}=0,\overset{0}{\forall}t\in(0,T)$ возьмем функцию функции $\delta\psi\in W_2^{2,1}(\Omega)$, удовлетворяющей условиям $\delta\psi(x,0)=0,\overset{0}{\forall}x\in(0,l)$, $\frac{\partial\delta\psi(0,t)}{\partial x}=$ $=\frac{\partial\delta\psi(l,t)}{\partial x}=0,\overset{0}{\forall}t\in(0,T)$. Тогда имеем:

$$\int_{\Omega}\left[\left(-i\frac{\partial\delta\bar\psi}{\partial t}+a_0\frac{\partial^2\delta\bar\psi}{\partial x^2}-ia_1(x,t)\frac{\partial\delta\bar\psi}{\partial x}-a(x)\delta\bar\psi+v_0(t)\delta\bar\psi-iv_1(t)\delta\bar\psi\right)\Phi\right]dxdt=$$
$$=-2\beta_0\int_0^T\left(\psi(0,t)-y_0(t)\right)\delta\bar\psi(0,t)\,dt\;-2\beta_1\int_0^T\left(\psi(l,t)-y_1(t)\right)\delta\bar\psi(l,t)dt\;.$$

Напишем комплексное сопряжение этого равенства. Тогда получим следующее равенство:

$$\int_{\Omega}\left[\left(i\frac{\partial\delta\psi}{\partial t}+a_0\frac{\partial^2\delta\psi}{\partial x^2}+ia_1(x,t)\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}-a(x)\delta\psi+v_0(t)\delta\psi+iv_1(t)\delta\psi\right)\bar\Phi\right]dxdt=$$
$$=-2\beta_0\int_0^T\left(\bar\psi(0,t)-\bar y_0(t)\right)\delta\psi(0,t)\,dt\;-2\beta_1\int_0^T\left(\bar\psi(l,t)-\bar y_1(t)\right)\delta\psi(l,t)dt\,. \qquad (4.82)$$

Вычитывая из (4.81) равенство (4.82) имеем:

$$2\beta_0\int_0^T\left(\bar\psi(0,t)-\bar y_0(t)\right)\delta\psi(0,t)\,dt+\;2\beta_1\int_0^T\left(\bar\psi(l,t)-\bar y_1(t)\right)\delta\psi(l,t)dt=$$

$$=\int_{\Omega}\delta v_0(t)\psi(x,t)\bar{\Phi}(x,t)\,dxdt+\int_{\Omega}i\delta v_1(t)\psi(x,t)\bar{\Phi}(x,t)dxdt+$$

$$+\int_{\Omega}\delta v_0(t)\delta\psi(x,t)\bar{\Phi}(x,t)\,dxdt+\int_{\Omega}i\delta v_1(t)\delta\psi(x,t)\bar{\Phi}(x,t)dxdt\,. \qquad (4.83)$$

Если напишем комплексное сопряжение этого равенства, то получим:

$$2\beta_0\int_0^T(\psi(0,t)-y_0(t))\delta\bar{\psi}(0,t)\,dt+2\beta_1\int_0^T(\psi(l,t)-y_1(t))\delta\bar{\psi}(l,t)dt=$$

$$=\int_{\Omega}\delta v_0(t)\bar{\psi}(x,t)\Phi(x,t)\,dxdt-\int_{\Omega}i\delta v_1(t)\bar{\psi}(x,t)\Phi(x,t)dxdt+$$

$$+\int_{\Omega}\delta v_0(t)\delta\bar{\psi}(x,t)\Phi(x,t)\,dxdt-\int_{\Omega}i\delta v_1(t)\delta\bar{\psi}(x,t)\Phi(x,t)dxdt\,. \qquad (4.84)$$

Суммируя равенства (4.83) и (4.84) имеем:

$$2\beta_0\int_0^T\mathrm{Re}\left[(\psi(0,t)-y_0(t))\delta\bar{\psi}(0,t)\right]dt+2\beta_1\int_0^T\mathrm{Re}\left[(\psi(l,t)-y_1(t))\delta\bar{\psi}(l,t)\right]dt=$$

$$=\int_{\Omega}\mathrm{Re}\left(\psi(x,t)\bar{\Phi}(x,t)\right)\delta v_0(t)\,dxdt-\int_{\Omega}\mathrm{Im}\left(\psi(x,t)\bar{\Phi}(x,t)\right)\delta v_1(t)dxdt+$$

$$+\int_{\Omega}\mathrm{Re}\left(\delta\psi(x,t)\bar{\Phi}(x,t)\right)\delta v_0(t)\,dxdt-\int_{\Omega}\mathrm{Im}\left(\delta\psi(x,t)\bar{\Phi}(x,t)\right)\delta v_1(t)dxdt\,. \qquad (4.85)$$

С учетем этого равенства приращение функционала можно представить в виде:

$$\delta J_\alpha(v)=J_\alpha(v+\delta v)-J_\alpha(v)=$$

$$=\int_{\Omega}\mathrm{Re}\left(\psi(x,t)\bar{\Phi}(x,t)\right)\delta v_0(t)\,dxdt-\int_{\Omega}\mathrm{Im}\left(\psi(x,t)\bar{\Phi}(x,t)\right)\delta v_1(t)dxdt+$$

$$+2\alpha\int_0^T(v_0(t)-\omega_0(t))\delta v_0(t)\,dt+2\alpha\int_0^T(v_1(t)-\omega_1(t))\delta v_1(t)\,dt+R(\delta v),\forall v\in V\,, \qquad (4.86)$$

где $R(\delta v)$ определяется формулой:

$$R(\delta v)=\int_{\Omega}\mathrm{Re}\left(\delta\psi(x,t)\bar{\Phi}(x,t)\right)\delta v_0(t)\,dxdt-\int_{\Omega}\mathrm{Im}\left(\delta\psi(x,t)\bar{\Phi}(x,t)\right)\delta v_1(t)dxdt+$$

$$+\beta_0\left\|\delta\psi(0,.)\right\|^2_{L_2(0,T)}+\beta_1\left\|\delta\psi(l,.)\right\|^2_{L_2(0,T)}+\alpha\left\|\delta v\right\|^2_H\,. \qquad (4.87)$$

Теперь оценим остаточное слагаемое $R(\delta v)$. Используя формулу (4.87) можем написать следующее неравенство:

$$\left|R(\delta v)\right|\le\int_{\Omega}\left|\delta\psi(x,t)\right|\left|\Phi(x,t)\right|\left|\delta v_0(t)\right|dxdt+\int_{\Omega}\left|\delta\psi(x,t)\right|\left|\Phi(x,t)\right|\left|\delta v_1(t)\right|dxdt+$$

$$+\beta_0\left\|\delta\psi(0,.)\right\|^2_{L_2(0,T)}+\beta_1\left\|\delta\psi(l,.)\right\|^2_{L_2(0,T)}+\alpha\left\|\delta v\right\|^2_H\,.$$

В силу неравенства Коши-Буняковского имеем:

$$\left|R(\delta v)\right| \le \|\Phi\|_{L_2(\Omega)} \|\delta\psi\|_{L_2(\Omega)} \|\delta v_0\|_{L_\infty(0,T)} + \|\Phi\|_{L_2(\Omega)} \|\delta\psi\|_{L_2(\Omega)} \|\delta v_1\|_{L_\infty(0,T)} +$$

$$+\beta_0 \|\delta\psi(0,.)\|^2_{L_2(0,T)} + \beta_1 \|\delta\psi(l,.)\|^2_{L_2(0,T)} + \alpha\|\delta v\|^2_H . \quad (4.88)$$

Используя оценки (2.10), (3.14), (3.15), а также оценку (4.68) для решения сопряженной задачи, для остаточного слагаемого $R(\delta v)$ получим следующее неравенство:

$$\left|R(\delta v)\right| \le c_{25}\|\delta v\|^2_B . \quad (4.89)$$

Здесь $c_{25} > 0$ постоянная не зависит от δv. Это означает, что

$$R(\delta v) = o\left(\|\delta v\|_B\right). \quad (4.90)$$

Если учесть это в формуле приращения функционала, то имеем:

$$\delta J_\alpha(v) = J_\alpha(v+\delta v) - J_\alpha(v) =$$

$$= \int_0^T \left[\int_0^l \mathrm{Re}\left(\psi(x,t)\bar{\Phi}(x,t)\right)dx + 2\alpha\left(v_0(t) - \omega_0(t)\right) \right] \delta v_0(t)dt +$$

$$+\int_0^T \left[-\int_0^l \mathrm{Im}\left(\psi(x,t)\bar{\Phi}(x,t)\right)dx + 2\alpha\left(v_1(t) - \omega_1(t)\right) \right] \delta v_1(t)dt + o\left(\|\delta v\|_B\right), \forall v \in V . \quad (4.91)$$

Используя определение дифференцируемости по Фреше функционалов в функциональных пространствах и методику доказательства дифференцируемости функционалов в замкнутых множествах, из этой формулы утверждаем дифференцируемость функционала $J_\alpha(v)$ на множестве V и справедливость следующей формули для его градиента:

$$J'_\alpha(v) = \left(J'_{\alpha 0}(v), J'_{\alpha 1}(v)\right), \quad (4.92)$$

где

$$J'_{\alpha 0}(v) = \int_0^l \mathrm{Re}\left(\psi(x.t)\bar{\Phi}(x,t)\right)dx + 2\alpha\left(v_0(t) - \omega_0(t)\right), \quad (4.93)$$

$$J'_{\alpha 1}(v) = -\int_0^l \mathrm{Im}\left(\psi(x,t)\bar{\Phi}(x,t)\right)dx + 2\alpha\left(v_1(t) - \omega_1(t)\right), \quad (4.94)$$

Отсюда следует утверждение теоремы. Теорема 4.4 доказана.

Теперь укажем необходимое условие для решения задачи оптимального управления (2.1)-(2.4).

Теорема 4.5. Пусть выполнены условия теоремы 4.4 и $v^* \in V$ является любым решением задачи оптмального управления (2.1)-(2.4). Тогда для любого $v \in V$ справедливо следующее неравенство:

$$\int_0^T \left[\int_0^l \mathrm{Re}\left(\psi^*(x,t)\bar{\Phi}^*(x,t)\right)dx + 2\alpha\left(v_0^*(t) - \omega_0(t)\right) \right] \left(v_0(t) - v_0^*(t)\right)dt +$$

$$+\int_0^T\left[-\int_0^l \mathrm{Im}\left(\psi^*(x,t)\bar{\Phi}^*(x,t)\right)dx+2\alpha\left(v_1^*(t)-\omega_1(t)\right)\right]\left(v_1(t)-v_1^*(t)\right)dt\geq 0. \qquad (4.95)$$

Здесь функции $\psi^*(x,t)\equiv\psi(x,t;v^*)$, $\Phi^*(x,t)\equiv\Phi(x,t;v^*)$ являются решением редуцированной задачи (2.2)-(2.4) и сопряженной задачи (4.1)-(4.3) при $v^*\in V$.

Доказательство. Пусть $v^*\in V$ любое решение задачи оптимального управления (2.1)-(2.4), а $v\in V$ любой элемент и $\theta\in[0,1]$ любое число. Нетрудно проверить, что $v^*+\theta(v-v^*)\in V$, ибо множество V является выпуклым. Тогда ясно, что для $v^*\in V$ и любого $v\in V$ имеет место:

$$v^*+\theta(v-v^*)\in V\ ,\ \forall\theta\in(0,1). \qquad (4.96)$$

Теперь рассмотрим следующую разность $J_\alpha\left(v^*+\theta(v-v^*)\right)-J_\alpha(v^*)$, которая удовлетворяет условию:

$$J_\alpha\left(v^*+\theta(v-v^*)\right)-J_\alpha(v^*)\geq 0,\forall v\in V. \qquad (4.97)$$

В силу теоремы 4.4 функционал $J_\alpha(v)$ дифференцируем по Фреше на множестве V . Тогда используя (4.97) можем написать следующее равенство:

$$0\leq J_\alpha\left(v^*+\theta(v-v^*)\right)-J_\alpha(v^*)=\left\langle J'_\alpha(v^*),\theta(v-v^*)\right\rangle_B+o(\theta),\forall v\in V. \qquad (4.98)$$

Здесь

$$\lim_{\theta\to+0}\frac{o(\theta)}{\theta}=0. \qquad (4.99)$$

Из неравенства (4.98) имеем:

$$\theta\left\langle J'_\alpha(v^*),(v-v^*)\right\rangle_B+o(\theta)\geq 0,\forall v\in V.$$

Если обе части этого неравенства делить на $\theta>0$ и переходить к пределу, то при $\theta\to+0$ получим справедливость неравенства:

$$\left\langle J'_\alpha(v^*),(v-v^*)\right\rangle_B\geq 0,\forall v\in V. \qquad (4.100)$$

В этом неравенстве учитывая формулы для градиента $J'_\alpha(v)$ из теоремы 4.4 при $v=v^*$ и используя интегральное представление линейного функционала в пространстве $B=L_\infty(0,T)\times L_\infty(0,T)$ получим следующее неравенство:

$$\int_0^T\left[\int_0^l \mathrm{Re}\left(\psi^*(x,t)\bar{\Phi}^*(x,t)\right)dx+2\alpha\left(v_0^*(t)-\omega_0(t)\right)\right]\left(v_0(t)-v_0^*(t)\right)dt+$$

$$+\int_0^T\left[-\int_0^l \mathrm{Im}\left(\psi^*(x,t)\bar{\Phi}^*(x,t)\right)dx+2\alpha\left(v_1^*(t)-\omega_1(t)\right)\right]\left(v_1(t)-v_1^*(t)\right)dt\geq 0,\forall v\in V.$$

Здесь функции $\psi^*(x,t) \equiv \psi(x,t;v^*)$, $\Phi^*(x,t) = \Phi(x,t;v^*)$ соответственно являются решением редуцированной и сопряженной задач при $v^* \in V$. Отсюда следует утверждение теоремы. Теорема 4.5 доказана.

Литература

1. Бутковский А.Г. (1984). Самойленко Ю.И. *Управление квантовомеханическими процессами*. М : Наука, 256 с.
2. Воронцов М.А (1985). Шмальгаузен В.И. *Принципы адаптивной оптики*. М: Наука, 366 с.
3. Журавлев В.М. (2001). *Нелинейные волны в много компонентных системах с дисперсией и диффузией*. Ульяновск, УлГУ, 200 с.
4. Иосида К. (1967). *Функциональный анализ*. М.: Мир, 624 с.
5. Искендеров А.Д., Ягуб. Г., Салманов В., (2019). Акцой Н.Й. Задача оптимального управления для нелинейного уравнения Шредингера со специальным градиентным слагаемым и с комплексным потенциалом. *Научные труды Нахичеванского госудавственного университета, Серия физико-математических и техн. наук*, № 4 (101), с. 32-44.
6. Искендеров А., Ягуб Г., Салманов В. (2018). Разрешимость начально-краевой задачи для нелинейного уравнения Шредингера со специальным градиентным слагаемым и с комплексным потенциалом. *Научные труды Нахичеванского госудавственного университета, Серия физико-математических и технических наук,* № 4 (93), с. 28-43.
7. Искендеров А.Д., Ягубов Г.Я. (1988). *Вариационный метод решения обратной задачи об определении квантовомеханического потенциала*. Докл. АН СССР, т. 303, № 5, с. 1044-1048.
8. Искендеров А., Ягубов Г. (2007). Оптимальное управление неограниченным потенциалом в многомерном нелинейном нестационарном уравнении Шредингера. *Вестник Лянкяранского государственного университета, Серия Естественных наук*, с. 3-56.
9. Искендеров А.Д., Ягубов Г.Я. (1989). Оптимальное управление нелинейными квантово-механическими системами. *Автоматика и телемехан*., № 12, с. 27-38.
10. Искендеров А.Д., Ягубов Г.Я., Мусаева М.А. (2012). *Идентификация квантовых потенциалов*. Баку, Чашыоглу, 548 с.
11. Ладыженская О.А. (1973). *Краевые задачи математической физики*. М: Наука, 408 с.

12. Ладыженская О.А., Солонников В.А., Уральцева Н.Н. (1967). *Линейные иквазилинейные уравнения параболического типа*. М: Наука, 736 с.
13. Михайлов В.П. (1983). *Дифференциальные уравнения с частными производными*. М.: Наука, 424 с.
14. Ягуб Г., Ибрагимов Н., Мусаева М., Зенгин М. (2017). Вариационный метод решения обратной задачи об определении квантового потенциала в нелинейном нестационарном уравнении Шредингера с комплексным кожффициентом в нелинейной части. *Вестник Лянкяранского государственного университета, Естественные науки*, серия 2, с. 7-30
15. Ягуб Г., Ибрагимов Н., Сулейманов Н. (2022). Вторая начально-краевая задача для уравнения Шредингера со специальным градиентным слагаемым и с измеримыи ограниченным комплексным потенциалом, зависящим от времени. *Вестник Лянкяранского государственного университета, Серия Математических и Естественных наук*, 1, с. 13-30.
16. Ягубов Г.Я., Мусаева М.А. (1997). *Об одной задаче идентификации для нелинейного уравнения Шредингера. Дифференц*. уравнения, т.33, № 12, с. 1691-1698.
17. Ягубов Г., Салманов В., Ягубов В., Зенгин М. (2017). Разрешимость начально-краевых задач для нелинейного двумерного уравнения Шредингера. *Научные труды Нахичеванского госудавственного университета, Серия физико-математических и технических наук*, № 4 (85), с. 7-21.
18. Akbaba G.D. (2011). *The optimal control problem with the Lions functional for the Schrödinger equation including virtual coefficient gradient*. Master’s thesis, Kars, 71 pp. (in Turkish).
19. Aksoy N.Y., Celik E., and. Zengin M On optimal control of a charged particle in a varying electromagnetic field. *Waves in Random and Complex Media*, DOİ: 10.1080/17455030.2022.2142695, 16 p
20. Baudouin L., Kavian O., Puel J.P. (2005). *Regularity for a Schrodinger equation with singular potentials and application to bilinear optimal control*. J. DifferentialEquations, 216, p. 188-222.
21. Goebel M. (1979). *On existence of optimal control. Math*. Nachr., vol. 93, p. 67-73.
22. Ibragimov N.S. (2011). On one identification problem for a one-dimensional nonlinear stationary quasi-optic equation. *Tavricheskiy Vestnik Informatiki i Matematiki*, No.2, pp.17-29. (in Russian)
23. Ibragimov N.S. (2010). On the existence of a solution to the identification problem based on the final observation for a multidimensional nonlinear stationary quasi-optics equation. *Nauchnye Trudy, Azerb. Tech. Univ., Ser. Fundamental Sciences*, No.2, pp.75-83. (in Russian)
24. Ibragimov N.S. (2010). Solvability of initial-boundary value problems for a multidimensional nonlinear stationary quasi-optics equation with a purely imaginary

coefficient in the nonlinear part. *News of Baku State University, Ser. Phys. Math. Sciences*, No.3, pp.72-84. (in Russian).

25. Ibragimov N.S. (2010). Solvability of initial-boundary value problems for a linear stationary equation of quasi-optics. *International Journal of Caucasian University "Mathematics and Informatics"*, Vol.1, No.29, pp.61-70. (in Russian).
26. Ibragimov N.S. (2012). The identification problem based on the final observation for a multidimensional nonlinear stationary quasi-optics equation with a purely imaginary coefficient in the nonlinear part. *Problems of Control and Informatics*, No.4, pp.15-27. (in Russian)
27. Iskenderov A.D., Yagub G**.,** Y. Aksoy N. (2015). An optimal control problem for a two-dimensional nonlinear Schrödinger requation with a spesial gradient terms. *Abstracts of the XXV International Conference Problems of Decision Making under Uncertainties* (PDMU-2015), Skhidnytsia, Ukraine, May 11-15, - pp.27-28.
28. İskenderov A.D., Yagub G., Zengin M. (2016). Optimal control problem for nonlinear Schrödinger equation with spesial gradient terms. *Abstracts of the XXVII International Conference Problems of Decision Making under Uncertainties* (PDMU-2016), Tbilisi-Batumi, Georgia, May 23-27, pp.79-80
29. Lions J.-L., Magenes E. (1972). *Non-homogeneous boundary value problems and applications* - vol. 2. Berlin, 307 p.
30. Paşayev A.M., İskenderov A.D., Yagubov G.Y. Musaeva M.A. (2020). *Variation method solving of the inverse problems for Schrödinger-type equation*. J. Inverse Ill Posed Probl., doi.org/10.1515/jiip-2020-0095, 12 pp.
31. Yagub G., İbrahimov N.S**.,** Aksoy N.Y. (2016). On the initial-boundary value problems for the nonlinear Schrödinger equation with spesial gradient terms. *Abstracts of the XXVII International Conference Problems of Decision Making under Uncertainties* (PDMU-2016), Tbilisi-Batumi, Georgia, pp.170-171.
32. Yagub G., Ibrahimov N.S, Zengin M. (2015). Solvability of the initial-boundary value problems for the nonlinear Schrödinger equation with a spesial gradient terms. *Abstracts of the XXV International Conference Problemsof Decision Making under Uncertainties* (PDMU-2015), Skhidnytsia, Ukraine, May 11-15, pp.53-54.
33. Yagub G., İbrahimov N.S and Zengin M. (2018). The solvability of the initial-boundary value problems for a nonlinear Schrodinger equation with a special gradient term. *Journal of Mathematical Physics, Analysis, Geometry*, № 2, pp. 214-232.
34. Yagubov G**.,** Toyoğlu F., Subaşı M. (2012). *An optimal control problem for two-dimensional Schrödinger equation. Applied Mathematics and Computation*, vol. 218, iss.11, pp.6177-6187.
35. Yakub G., Ibrahimov N.S, Zengin M. (2021). Optimal control problem for the stationary quasi- optics equation with a special gradient term. *Advanced Mathematical Models and Applications,* Vol. 6, № 3, pp. 252-265.

36. Zengin M., İbrahimov N.S., Yagub G. (2021). Existence and uniqueness of the solution of the optimal control problem with boundary functional for nonlinear stationary quasi-optical equation with a special gradient term. *Scientific Proceedings Lankaran State University, Mathematical and Naturl sciences series*, № 1, pp. 27-42.

XÜSUSİ QRADİYENT TOPLANANLI VƏ ZAMANDAN ASILI KOMPLEKS POTENSİALLI ŞREDİNGER TƏNLİYİ ÜÇÜN SƏRHƏD FUNKSİONALLI OPTİMAL İDARƏETMƏ MƏSƏLƏSİ

Qabil Yaqub
Natiq İbrahimov
Merve Zengin
Kafkas Universiteti, Qars, Türkiyə
Lənkəran Dövlət Universiteti, Lənkəran, Azərbaycan

Bu məqalədə xüsusi qradiyent toplananlı və zamandan asılı kompleks potensiallı xətti bir ölçülü Şredinger tənliyi üçün optimal idarəetmə məsələsinə baxılır. Bu məsələdə keyfiyyət meyarı oblastın sərhədi üzrə olan inteqral funksionaldır və idarəetmə rolunu tənliyin ölçülən məhdud əmsalları, yəni yalnız zaman dəyişənindən asılı kompleks potensialın həqiqi və xəyali hissələri oynayır. Bu işdə əvvəlcə baxılan optimal idarəetmə məsələsinin həlli üçün varlıq və yeganəlik teoremləri isbat edilir. Daha sonra baxılan optimal idarəetmə məsələsinin həlli üçün zəruri şərt məsələsi öyrənilir. Bu məqsədlə əvvəlcə baxılan optimal idarəetmə məsələsinə qoşma məsələnin həlli qeyri bircins sərhəd şərtli sərhəd məsələsinin həlli kimi tədqiq olunur. Sonra qoşma məsələnin həllinin köməyi ilə baxılan funksionalın qradiyenti üçün düstur çıxarılır. Əldə edilən düstura əsasən variasia bərabərsizliyi şəklində zəruri şərt isbat edilir.
Açar sözlər: Şredinger tənliyi, optimal idarəetmə məsələsi, qradiyent toplanan, kompleks potensial.

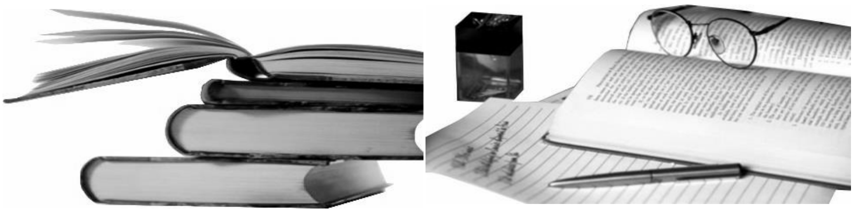
OPTIMAL CONTROL PROBLEM WITH BOUNDARY FUNCTIONAL FOR THE SCHRÖDINGER EQUATION WITH A SPECIAL GRADIENT TERM AND WITH A TIME-DEPENDENT COMPLEX POTENTIAL

Gabil Yagub
Natiq Ibrahimov
Merve Zengin
Kafkas university, Kars, Turkiye
Lankaran State University, Lankaran, Azerbaijan

In this paper, we consider the problem of optimal control for a linear one-dimensional Schrödinger equation with a special gradient term and with a complex potential, when the performance criterion is an integral over the boundary of the domain and the role of control is played by bounded measurable coefficiens of the equation, that is, the real and imaginary parts of complex potential, depending only from a time variable. At the same time, existence and uniqueness theorems fort he solution of the optimal control

problem under consideration a proved. Further in this paper, we first study the solvability of the adjoint problem to the optimal control problem under consideration, that is, as a boundary value problem with inhomogeneous boundary conditions, with the help of which we prove the formula fort he gradient of the considered functional. Based on the obtained formula, a necessary condition is established in the form of a variational inequality.
Key words: Schrödinger equation, optimal control problem, gradient term, complex potential.

Daxil oldu: 02.06.2022; Çapa qəbul edildi: 14.11.2022; Çap edildi: 30.12.2022



Elmi xəbərlər jurnalı Lənkəran Dövlət Universitetinin
mətbəəsində çap olunmuşdur

Yığıma verilmişdir: 02.06.2022
Çapa imzalanmışdır: 30.12.2022
Kağızın formatı: $60 \times 84^{1/8}$
Çap vərəqi: 8,9 c.v., tiraj: 100

Ünvan: Az 4200, Lənkəran səhəri, General Həzi Aslanov xiyabanı 50
e-mail: elmi_meqale@lsu.edu.az
www.lsu.edu.az